TENTANG PENULIS

Dr. Eng. Ir. Liany Amelia Hendratta, M. Si

Lahir pada tanggal 20 Maret 1966 di Manado, Sulawesi Utara. Menyelesaikan pendidikan sarjana Teknik Sipil Universitas Sam Ratulangi pada tahun 1989, magister sains Perencanaan dan Pengembangan Wilayah pada tahun 1998 di Universitas Sam Ratulangi, dan doctor Teknik Sipil bidang minat *Hydraulic Engineering* pada tahun 2013 di Kumamoto University, Jepang. Berkarir dibidang pendidikan sebagai seorang dosen di Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Sam Ratulangi, Manado mulai pada tahun 1991 sampai sekarang. Mata kuliah yang diampu adalah Mekanika Fluida, Hidraulika, Irigasi dan Bagunan Air, Rekayasa Sumber Daya Air, Drainase dan Pengendalian Banjir, Rekayasa Sungai dan Aliran Air Tanah. Aktif dalam mengikuti berbagai pertemuan ilmiah dan telah mempublikasikan kurang lebih 45 artikel pada jurnal nasional dan internasional bereputasi. Selain itu, bekerjasama dalam kegiatan profesi seperti yang diselenggarakan oleh Lembaga Pengembangan Jasa Konstruksi Sulawesi Utara.

Ir. Hanny Tangkudung, MT

Lahir pada tanggal 2 April 1958 di Manado, Sulawesi Utara. Menyelesaikan pendidikan sarjana Teknik Sipil Universitas Sam Ratulangi pada tahun 1988, magister sains Teknik Sipil pada tahun 2010 di Universitas Sam Ratulangi, Berkarir dibidang pendidikan sebagai seorang dosen di Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Sam Ratulangi, Manado mulai pada tahun 1989 sampai sekarang. Bekerja sama dengan instansi pemerintah maupun swasta dalm kegiatan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat.

MEKANIKA FLUIDA - DR. ENG. IR. LIANY AMELIA HENDRATTA, M. SI - IR. HANNY TANGKUDUNG, MT - UNSRAT PRESS 2019

MEKANIKA FLUIDA

DR. ENG. IR. LIANY AMELIA HENDRATTA, M. SI

IR. HANNY TANGKUDUNG, MT

UNSRAT PRESS

2019

MEKANIKA FLUIDA

Dr. Eng. Ir. Liany Amelia Hendratta, M. Si
Ir. Hanny Tangkudung, MT

UNSRAT PRESS
2019

MEKANIKA FLUIDA

Rancang Sampul : Art Division Unsrat Press

Judul Buku : **MEKANIKA FLUIDA**

Penulis : - Liany Amelia Hendratta
- Ir. Hanny Tangkudung, MT

Penerbit : **Unsrat Press**
Jl. Kampus Unsrat Bahu Manado 95115

Email : **percetakanunsrat@gmail.com**

ISBN : 978-602-0752-63-1

Cetakan Pertama 2019

KATA PENGANTAR

Penulis sebagai pengajar mata kuliah Mekanika Fluida di Jurusan Teknik Sipil Universitas Sam Ratulangi menyusun bahan kuliah yang semula hanya berbentuk catatan kuliah. Dari waktu ke waktu materi tersebut selalu disempurnakan sesuai kebutuhan dan akhirnya disusunlah buku ini.

Penulisan buku ini dimaksudkan untuk membantu mahasiswa program S1 dalam mempelajari mata kuliah Mekanika Fluida. Untuk mempermudah pemahaman teori yang diberikan, materi yang dibahas dilengkapi dengan contoh soal dan penyelesaiannya. Dengan adanya buku ini diharapkan mahasiswa akan dapat mempelajari lebih teratur dan mendalam materi yang diberikan dalam kuliah. Selain untuk mahasiswa S1, buku ini juga dapat digunakan oleh praktisi dalam melakukan analisis terkait mekanika fluida.

Materi yang terkandung dalam buku ini merupakan rangkuman dari beberapa buku referensi seperti yang tercantum dalam daftar pustaka serta pengalaman dalam melaksanakan beberapa penelitian yang terkait dengan mekanika fluida.

Disadari bahwa isi buku ini masih jauh dari sempurna, untuk itu penulis mengharapkan saran dan koreksi yang dapat digunakan sebagai masukan bagi penyempurnaan buku ini. Semoga buku ini bermanfaat.

Manado, September 2019
Penulis,

Liany Amelia Hendratta

DAFTAR ISI

BAB 1. DIMENSI DAN SATUAN

Dasar ilmu pengetahuan dan teknologi adalah pengamatan, yang hampir selalu dilanjutkan dengan usaha mendapatkan gambaran kuantitatif suatu besaran fisika yaitu dengan pengukuran. Sudah sejak jaman purba orang melakukan pengukuran misalnya terhadap panjang, luas, isi, bobot, waktu, dan lain sebagainya. Hasil suatu pengukuran dinyatakan dalam besaran. Cara menyatakan besaran :

$$A = \{ A\} [A]$$

[A] : Satuan dari besaran A.
{A} : Nilai numerik dari besaran A.
Contoh :
Tinggi meja t = 120 cm

Dalam penulisan ini, nilai besaran A adalah 120 dan satuannya adalah cm. disini cm dipakai sebagai satuan panjang. Dapat juga dipakai satuan panjang yang lain seperti meter, milimeter, dan lain sebagainya. Dengan sendirinya nilai numerik berubah pula. Mengapa cm dapat diganti dengan m atau mm?
Karena satuan – satuan tersebut berdimensi sama, yaitu berdimensi panjang. Aturan : Penggantian satuan hanya apabila sama dimensinya

1.1 Dimensi

Dimensi suatu besaran fisika ditentukan dengan dua cara :

1. Cara definisi :
→besaran dasar
→bebas satu dari yang lain, tidak ada ketergantungan
2. Melalui hukum fisika
→besaran jabaran

→ diperoleh melalui jabaran besaran dasar tertentu.
Besaran dasar dalam mekanika ada 3 (tiga), yaitu : Panjang, massa, waktu dengan rumus dimensinya [L] , [M] , [T] Atau panjang, gaya, waktu yang rumus dimensinya [L] , [F], [T]
Dalam pembahasan Mekanika Fluida ini, akan digunakan sistem [L], [M], [T].

1.2 Satuan

Sistem satuan terdiri dari sejumlah satuan dasar yang diberi dimensi dan besaran tertentu atau disebut dibakukan. Di dalam ilmu Mekanika dikenal hukum kedua dan hukum gravitasi Newton (hukum empiris).

Hukum kedua Newton : F = k.m.e

Hukum Gravitasi : $F = G\frac{m_1.m_2}{r^2}$

dengan : k = Konstanta inersial
G = Konstanta gravitasi umum.

Sistem (LMT) berdasarkan k=1 dan titik berdimensi:

- Dengan panjang, massa, dan waktu sebagai besaran dasar, dihasilkan sistem yang dinamai sistem (LMT), dimana setiap besaran jabaran berumus dimensi $[L]^a[M]^b[T]^c$
- Gaya merupakan berasal jabaran dengan perumusan dimensi

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$

Beberapa sistem (LMT) berdasarkan k=1 dan tidak berdimensi :

Nama Sistem	Satuan Dasar	Sifat
c.g.s. atau dinamis kecil	Centimeter – gram – sekon	Metrik
m.k.s. atau dinamis besar	Meter – kilogram - sekon	Metrik

f.p.s. atau dinamis inggris	Feet – pound - sekon	Non metrik

1.3 Sistem Internasional Untuk Satuan (SI)

- Tahun 1970, para cendekawan Perancis yang bergabung dalam Academie Francaise mengusulkan :

  1) "Meter" dipakai sebagai baku panjang.
     1 m = seperempat puluh juta meridian bumi yang melalui kota Dunkirgus.
     "Meter" diwujudkan sebagai sebatang pkatina yang disimpan di Arsip Nasional Perancis.
  2) "Kilogram" dipakai sebagai baku massa
     1 kg = massa air yang mengiri kubus bersisi sepersepuluh meter, pada suhu 4^{o}C
     "Kilogram" diwujudkan sebagai silinder platina tertentu yang disimpan di Arsip Nasional Perancis.
  3) Ganda atau anak ganda baku menurut 10^n, dengan n bilangan bulat, dalamsistem desimal atau metrik.

Tanggal 20 Mei 1975 dibentuk "Konvensi Meter" yang awalnya beranggotakan 17 Negara Eropa, yang kemudian memutuskan mengganti satuan yang diambil dari alam dengan prototip Internasional.

1) 1 Meter adalah panjang antara dua garis tertentu pada sebatang suara platina iridium yang disimpan dikota Seures.
   (panjang 1 meter ini sama dengan ukuran tahun 1790).

2) I Kilogram adalah suatu silinder suatu platina iridium dengan ukuran tertentu sehingga massanya sama dengan massa 1 kg ukuran tahun 1790.

Sistem Internasional untuk satuan (SI) mempunyai sifat :

a) Titik sulit dalam perhitungan karena memakai sistem desimal ganda dan anak ganda satuannya dapat dinyatakan sebagai 10^{n}, dengan n bulat.

b. Merupakan sistem Mutlak karena besara mekanikannya didasarkan pada (LMT)

c. Merupakan sistem Praktis karena besarannya sedang, tidak sangat kecil ataupun sangat besar (meter – kilogram – volt – watt – ohm).

d. Dengan 7 besaran dasar dapat mencakup semua bidang ilmu pengetahuan dengan mudah dan jelas.

e. Sistem yang koheren
Karena hasil kali atau bagi antar besaran dasar menghasilkan besaran baru tanpa menimbulkan faktor lain kecuali faktor 1.

Besaran Dasar dan Besaran Tambahan SI

Besaran Dasar	Satuan SI		
	Nama	Lambang	Rumus Dinamis
Mekanika :			
1. Panjang	Meter	m	[L]
2. Massa	Kilogram	kg	[M]
3. Waktu	Sekon	s	[T]
Tidak masuk mekanika			
4. Arus Listrik	Ampere	A	[I]

5. Suhu termodinamika	Keliria	K	[θ]
6. Jumlah zat	Mola	mol	[N]
7. Intensitas cahaya	Kandela	cd	[J]
Besaran Tambahan			
1. Sudut datar	Radian	rad	-
2. Sudut ruang	steradian	sr	-

Dengan catatan

1) 1 Meter = 1650763,73 × λ_0

   λ_0 = panjang gelombang pancaran dalam vakum atom kripton – 86 dalam peralihan antara tingkatan energi 2 pio dan 5 d_5.

2) 2 sekon = 9192631770 × $\mathcal{J}_0$

   $\mathcal{J}_0$= periode getaran pancaran yang keluar pada peralihan elektron antara dua tingkatan hyperfine atau sesuai – 133 dalam keadaan datar, yakni antara tingkatan F = 4, Mp = 0 dan tingkatan F = 3, Mf = 0.

3) 1 kilogram = massa prototip internasional, suatu silinder massa platina – iridium yang disimpan di kota Sevres.

4) 1 radian = sudut pada bidang datar di antara dua buah jari – jari yang mencakup busur sepanjang jari – jari pada keliling lingkaran.

5) 1 steradian = sudut ruang yang, panjangnya ada pada titik pusat bola yang mencakup permukaan bola selua kuadrat jari – jarinya

Beberapa besaran mekanik dalam SI

Besaran	Lambang	Nama Satuan SI	Keterangan
Besaran Dasar			
1. Panjang	L	Meter (m)	
2. Massa	M	Kilogram (kg)	
3. Waktu	T	Sekon, Detik (s)	
Besaran Tambahan			
4. Sudut Datar	$\propto, \beta$, dst	Radian (rad)	
5. Sudut Ruang	ω, Ω	Stredian (sr)	
Besaran Jabaran			
6. Luas	A, S	m^2	
7. Volume	V	(m^3)	1 liter = $10^{-3}m^3$
8. Kecepatan Sudut	ω	rad. s^{-1}	
9. Kecepatan Linear	V	m. s^{-1}	
10. Percepatan	$\propto$	rad. s^{-2}	

Sudut			
11. Percepatan Linear	A	m. .s^{-2}	
12. Masaa jenis, kecepatan	ρ	kg. m^{-3}	
13. Momentum Linear	p	kg. m. s^{-1}	
14. Momentum sudut	B	kg. $m^{2}.s^{-1}$	
15. Moment inersir	I, J	kg. m^{2}	
16. Gaya, berat	F, B	kg. m, .s^{-2} = Newton (N)	
17. Torsi	M, T, τ	N. m	
18. Tekanan tegang (stress)	P	N. m^{2} = pascal (Pa)	1 atm ≈. 10^{2} Pa 1 mm $H_2 0$ ≈ 9,81 Pa 1 mm Hg ≃ 1 torr ≃1333 Pa
19. Modulus young	E	N. m^{-2} (Pa)	
20. Kompresibilitas	K	$m^{2}.N^{-1}$ = Pa^{-1}	
21. Ketentuan dinamik	η, μ	N. s. m^{-2} = poiseuille (Pl)	

22. Ketentuan kinematik	$\mathcal{V}$	$m^2.\ s^{-1}$	1 stokes = $10^{-4}m^2.s^{-1}$
23. Kerja,energi, usaha, kalor	W, E U, Q	N.m = joule (J)	1 erg = 10^{-7} J 1 kWh = 3,5 x 10^6 J 1 eV = 1,6 x 10^{-19} J 1 kal $\approx 4,19$ J
24. Daya	P	J s^{-1} = watt (W)	1 pk $\simeq$ 736 W 1 hp $\simeq$ 745 W
25. Amplitudo getaran	A	(m)	
26. Periode getaran	T	(s)	
27. Frekuensi getaran	f, v	s^{-1} = hertz (Hz)	
28. Frekuensi sudut	ω	Rad. s^{-1}	$\omega = 2\,\pi\,f$
29. Panjang gelombang	λ	M	
30. Bilangan gelombang	τ	m^{-1}	$\tau = 1/\lambda$
31. Vektor gelombang	K	m^{-1}	k = $2\pi/\lambda$

<u>Contoh Soal :</u>

- Periksa dimensi dari viskositas dan satuannya :

$\tau = \mu \frac{\partial y}{\partial x}$

$\mu = \frac{F/_A}{\delta V/_{\delta Y}} = \frac{m.a/_A}{\delta V/_{\delta Y}}$

$\tau = \frac{F}{A}$

$\mu = \frac{[\,M\,].[\,L\,]\,[\,T\,]^{-2}.[\,L\,]^{-2}}{[\,L\,]\,[\,T\,]^{-1}\,[\,L\,]^{-1}} = [\,M\,]\,[\,L\,]^{-1}[\,T\,]^{-1}$

Satuan = kg. m^{-1}. s^{-1} = $kg/_{m.s}$

- Manakah yang benar :

  S = $\frac{1}{2}g^2$tatau S $\frac{1}{2}$ g t^2

  Dengan S = lintasan yang ditempuh benda dalam waktu t .

  Dimensi : S = [L]

  g = [L] [T]$^{-2}$

  t = [T]

  $\frac{1}{2}g^2t \rightarrow [\,L\,]^2\ [\,T\,]^{-4}.\ [\,T\,] = [\ [\,L\,]^2\ [\,T\,]^{-3}$

  S $\frac{1}{2}$g t^2 $\rightarrow [\,L\,]\ [\,T\,]^{-2}\ [\,T\,]^2 = [\,L\,]$

  Yang benar : S $= \frac{1}{2}$g t^2

BAB 2. SIFAT – SIFAT FLUIDA

Di pandang dari sudut Mekanika, semua benda yang ada bisa tergolong atas fluida, dan zat padat.Perbedaan antara keduanya sangat nyata, dan secara teknis perbedaan itu terletak pada reaksi kedua zat terhadap tegang geser yang didalamnya. Zat padat dapat mehanan tegangan geser dengan deformasi statik, sedangkan fluida adalah sebaliknya.

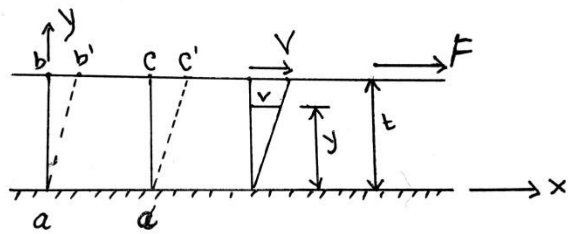
Setiap tegangan geser yang di kenakan pada fluida, betapapun kecilnya akan menyebabkan fluida itu bergerak. Fluida bergerak dan berubah berbentuk secara terus – menerus selama tegangan tersebut bekerja. Fluida yang diam berada dalam keadaan tegangan geser nol.

Dari definisi fluida, dikenal ada dua massa fluida : Zat Cair dan Gas. Perbedaan zat cair dan gas bersifat teknis yakni berhubungan dengan gaya kohesif.
Zat cair : terdiri dari molekul tetap – rapat dengan gaya kohesif yang relatif kuat, sehingga terus mempertahankan volumenya dan akan membentuk permukaan yang bebas dalam medan gravitasi.
Gas : jarak antara molebul – molebul besar dan gaya kohesif terabaikan, sehingga gas akan memuai dengan bebas sampai tertahan oleh dinding yang membatasinya. Volume gas tidak tertentu dab bila tidak ada wadah yang mengurunginya, gas akan membentuk atmosfir yang pada hakekatnya bersifat hidrostatik. Gas tidak dapat membentuk permukaan bebas.

2.1 Hukum Kekentalan Newton

Tinjau suatu fluida yang ditempatkan antara dua buah pelat sejajar dengan jarak antara yang kecil.

Pelat bawah terpasang tetap dan suatu gaya F dikerjakan, pada pelat atas :



A = Luas pelat atas

Karena gaya F, pelat atas bergerak dengan kecepatan V yang steady. Fluida pada bagian yang bersentuhan dengan pelat atas mempunyai kecepatan yang sama, yaitu V. Akibatnya, fluida abcd mengalir ke posisi ab'c'd dan setiap partikel fluida mengalir sejajar terhadap pelat dengan kecepatan v yang berubah secara seragam dari 0 sampai V.

Dari percobaan – percobaan dengan mempertahankan besaran – besaran lainnya, ternyata :
F berbanding lurus dengan A dan V dan berbanding terbalik dengan tebal t. Dalam berbentuk rumus :

$$F = \mu \frac{AV}{t}$$

Dimana μ = faktor kesebandingan dan pengaruh fluida yang bersangkutan termasuk di dalamnya.

Jika tegangan geser = $\tau \frac{F}{A}$

Maka = $\tau = \mu \frac{V}{t}$

Perbandingan $\frac{V}{t}$ adalah kecepatan sudut garis ab, atau laju perubahan berbentuk sudut fluida. Perbandingan $\frac{V}{t}$ biasanya ditulis dalam bentuk diferensial $\frac{dv}{dy}$ sehingga : $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$

$\frac{dv}{dy}$ adalah bentuk umum, mengingat bisa saja kecepatan sudut serta tegangan geser berubah dengan y. Juga gradien kecepatan $\frac{dv}{dy}$ dapat dibayangkan sebagai laju sebuah lapisan yang bergerak relatif terhadap lapisan yang berdekatan.
Faktor kesebandingan μ disebut viskositas fluida, dan persamaan $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$ adalah hukum viskositas Newton. Sehubungan dengan hukum kekentalan Newton, dikenal adanya “ Fluida Newton” dan “ Fluida bukan – Newton”.

- Fluida Newton apabila hubungan antara tegangan geser dan laju perubahan bentuk yang di akibatkan adalah hubungan linier.
- Fluida bukan Newton apabila hubungan antara tegangan geser dan laju perubahan bentuk yang diakibatkan adalah hubungan tak – linier

Gas dan cairan encer cenderung merupakan “ Fluida Newton” dan hidrokarbon berantai panjang yang kental mungkin bersifat “ Fluida bukan – Newton”

Untuk keperluan praktis di dalam analisis, seringkali diasumsikan bahwa suatu fluida adalah tak viskos (*non viscous fluid*). Jika viskositas sebesar nol maka tegangan geser selalu nol. Jika fluidanya juga dianggap tak mampu mampat (*incompressible*) maka fluida disebut fluida ideal.

2.2 Berat Satuan

Berat satuan (*unit weight = specific weight*) adalah berat per satuan volume.

$$\gamma = \frac{W}{V}, \quad \text{satuan } (N/m^3)$$

2.3 Kerapatan Massa

Kerapatan Massa (*mass density* = *specific mass)* adalah massa persatuan volume.

$$P = \frac{m}{V} = \frac{\gamma}{g}, \text{ satuan } (kg/m^3)$$

2.4 Specific Gravity

Specific Gravity adalah perbandingan antara kerapatan massa fluida terhadapa kerapatan massa fluida standar (biasanya air pada 39,2°F).

$$S = = \frac{\rho}{\rho_{air 39,2°F}} = \frac{\gamma}{\gamma_{air 39,2°F}}$$

2.5 Kekentalan Dinamik

Kekentalan (viskositas) adalah sifat fluida yang mendasari diberikanya tahanan terhadap tegangan geser oleh fluida tersebut. Viskositas gas meningkat dengan suhu, tetapi viskositas cairan berkurang dengan naiknya suhu.

Pada fluida diam, atau bergerak tapi tidak ada lapisan yang bergerak relatif terhadap lapisan yang bersebelahan maka tak ada gaya geser karena $\frac{dv}{dy} = 0$

Viskositas dinamik $\mu = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}}$, satuan $\left(\frac{kg}{m.s} = \frac{N.s}{m^2}\right)$

2.6 Kekentalan Kinematik

Kekentalan kinematik merupakan perbandingan kekentalan dinamik terhadap kerapatan massa.

$$\mathcal{V} = \frac{\mu}{\rho} \text{ ; satuan } \left(\frac{m^2}{s}\right)$$

2.7 Modulus Elastisitas Curahan

Untuk berbagai keperluan, biasanya cairan dianggap tak mampu mampat, tetapi dalam situasi menyangkut perubahan tekanan yang mendadak atau perubahan tekanan yang besar maka kemampu mampatannya menjadi penting. Kemampu mampatan cairan dinyatakan dengan modulus curahan (bulk modulus of elasticity).

Jika tekanan pada suatu volume V dinaikan dengan dp, akan menyebabkan pengurangan volume dV pada keadaan seperti ini , modulus elastisitas curahan adalah:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{dp}}{-\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{V}}};\ \text{satuan}\ \left({}^{\mathrm{N}}/_{\mathrm{m}^2}\right)$$

2.8 Tekanan Uap

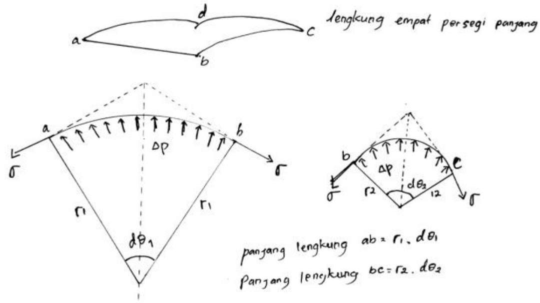
Tekanan uap (*vapor pressure)* ialah tekanan pada waktu suatu zat cair mendidih dam dalam keseimbangannya sendiri ,

Bila suatu saat tekanan diataas cairan sama dengan tekanan uap cairan itu maka terjadilah pendidihan .

2.9 Tegangan Permukaan

Bila dua fluida dengan kecepatan massa berbeda dipertemukan , maka bidang kontak antara kedua fluida akan merupakan suatu bidang lengkung yang disebabkan oleh atraksi dari molekul-molekul.

Gaya antara kedua fluida terhadap bidang lengkung ini berbeda sehingga timbul tegangan yang disebut tegangan permukaan (*surface tension*). Fenomena ini dapat dihat dapat dilihat pada permukaan lengkung cairan dalam tabung.



- σ = Tegangan permukaan
- Δρ = Selisih tekanan fluida dari bagian dalam dan dari bagian luar
- r_1 k r_2 = Jari – jari kelengkungan permukaan lengkung yang membatasi kedua fluida
- $d\theta_1 \& d\theta_2$ = Sudut (dalam radian) kelengkungan permukaan lengkung

Keseimbangan Vertikal :

- Resultante komponen vertikal dari $\sigma =$ relsultante komponen yang vertikal.

$$2\left(\sigma.\mathrm{r}_2\mathrm{d}\theta_2.\sin\frac{\mathrm{d}\theta_1}{2}\right)+2\left(\sigma.\mathrm{r}_1\mathrm{d}\theta_1.\sin\frac{\mathrm{d}\theta_2}{2}\right)=\Delta\mathrm{p}.\mathrm{r}_1\mathrm{d}\theta_1.\mathrm{r}_2\mathrm{d}\theta_2$$

untuk $d\theta$ kecil→ $sin\frac{\mathrm{d}\theta_1}{2}=\frac{\mathrm{d}\theta_1}{2}$

$$sin\ \frac{\mathrm{d}\theta_2}{2}=\frac{\mathrm{d}\theta_2}{2}$$

$$=\ \Delta\mathrm{p}\ .\ \mathrm{r}_1\mathrm{d}\theta_1.\mathrm{r}_2\mathrm{d}\theta_2=\sigma.\mathrm{d}\theta_1.\mathrm{d}\theta_2(\mathrm{r}_1+\mathrm{r}_2)$$

$$\Delta\mathrm{p}=\sigma\left(\frac{1}{\mathrm{r}_1}+\frac{1}{\mathrm{r}_2}\right)$$

Bila $r_1 = r_2 = p$ (sphesical surface = permukaan bola)

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$$

Bila $r_1 = r$ dan $r_2 = \infty$ $\left(\begin{matrix}\text{cylindrical surface = permukaan} \\ \text{silinder}\end{matrix}\right)$

$$\Delta p = \frac{\sigma}{r}$$

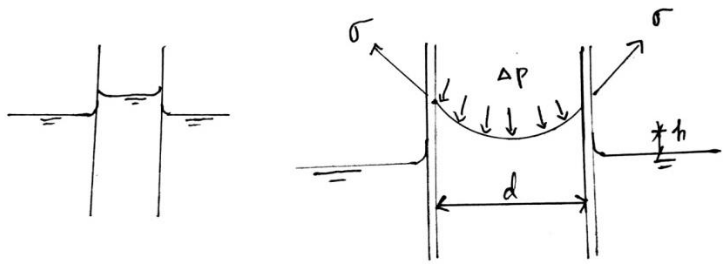
2.10 Kapilaritas

Bila tabung berdiameter kecil dimasukan kedalam cairan, terlihat bahwa permukaan cairan didalam tabung tidak sama dengan permukaan cairan di luar tabung (lebih rendah dan lebih tinggi).

Kalau *surface tension* adalah akibat dari kohesi antara partikel cairan pada permukaan , maka capilarity akibat dari kohisi dan adhesi.

a) Tabung dimasukan kedalam cairan.

- Cairan dalam tabung menaik.



Depresi tekanan lebih kecil dari tekanan atmosfir

$$\Delta p = p_{atm} - p_{cairan}$$

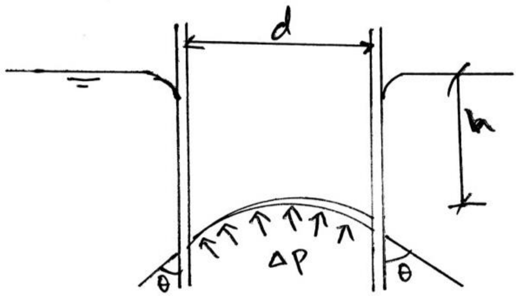
cairan dalam tabung naik dan ditahan oleh σ yang bekerja disekeliling tabung .

Keseimbangan vertikal :

$$\gamma.\left(\frac{\pi d^2}{4}\,.\,h\right) = \sigma.\pi d.\cos\theta$$

$$h = \frac{4\gamma}{\gamma\sigma}\cos\theta$$

- **Cairan dalam menurun** .



Depresi tekanan lebih besar dari tekanan atmosfir

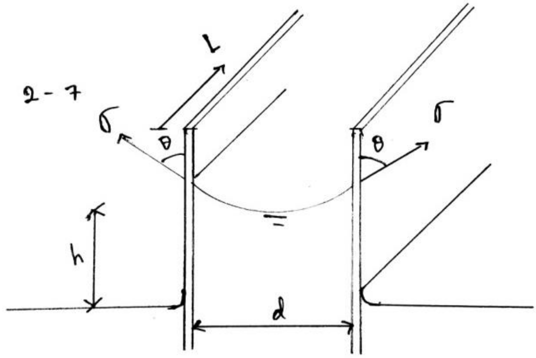
$$\Delta p = p_{cairan} - p_{atm}$$

Keseimbangan vertikal :

$$\gamma\left(\frac{\pi d^2}{4}\,.\,h\right) = \sigma\,.\,\pi d.\cos\theta$$

$$h = \frac{4\sigma}{\gamma d}\cos\theta$$

b) Dua buah pelat sejajar dimasukan dalam cairan .



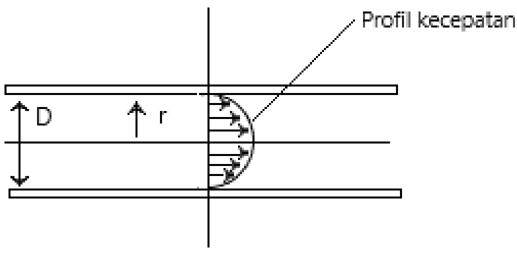
Keseimbangan vertikal :

$$\gamma.(d.h.L) = 2.\sigma\cos\theta.L$$

$$h = \frac{2\sigma}{\gamma d}\cos\theta$$

Contoh Soal

<u>Soal-1 :</u>



Profil kecepatan aliran dalam pipa ditentukan oleh persamaaan :

$$V = \frac{\beta}{4\,\mu}\frac{D^2}{4} - r^2$$

Dimana : β = konstanta

R = jarak radial dari garis pusat (sumber pipa)

V = kecepatan pada posisinya

μ = kekentalan dinamik fluida

D = diameter pipa

Ditanya :

a) Tegangan geser pada dinding pipa

b) Tegangan geser pada posisi $r = \frac{D}{4}$

c) Gaya seret terhadap pipa.

Penyelesaian :

Hukum ketentuan Newton : $\tau = \mu\frac{dv}{dr}$

$$v = \frac{\beta}{4\mu}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right)$$

$\frac{dv}{dr} = \frac{\beta}{4\mu}.\ (-2r) = -\frac{\beta r}{2\mu}$ <tanda (-) menunjukkan baku v berkurang pada r bertambah

$$\tau=\mu\frac{dv}{dr} = \frac{\beta r}{2}$$

a) Pada dinding pipa : r $\frac{D}{2}$

$$\tau = \frac{\beta^{D}/_{2}}{2} = \frac{B.d}{4}$$

b) Pada posisi r = $\frac{D}{4}$

$$\tau = \frac{\beta.\frac{D}{4}}{2} = \frac{\beta.d}{8}$$

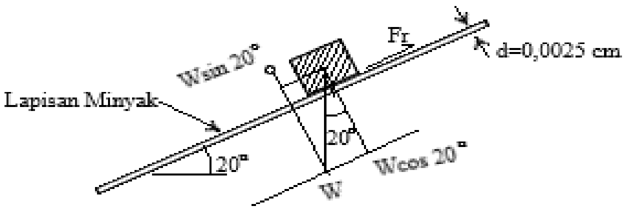
c) Gaya seret terhadap pipa :

$$d\rho = \tau.\, dA = \tau\pi D.\, dl = \frac{\beta.d}{4}.\, \pi D.\, Dl$$

$$\frac{\pi}{4}\beta D^2\ dl$$

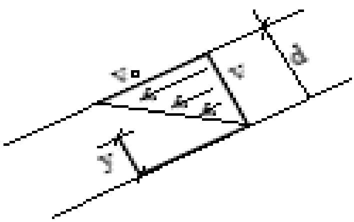
$$P = \int d\rho = \int \frac{\pi}{4}\beta D^2\ dl = \frac{\pi}{4}\beta D^2\ L$$

<u>Soal-2 :</u>



Sebuah kubus yang beratnya 250 N dengan luas sisi 0,04 cm meluncur diatas lapisan minyak tipis setebal 0,0025 cm yang viksositasnya 2,45 x $10^{-3}\, {}^{N.s}/_{m^2}$, pada bidang masing 20°. Berapa kecepatan steady peluncuran tersebut ?

Penyelesaian :
Akibat adanya tegangan geser, maka ada tekanan fr.



$$\frac{dv}{dy} = \frac{V_o}{d}$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dr} \mu \frac{V_0 A}{d}$$

$$f\mu = \tau .\ A = \mu \frac{V_0 A}{d}$$

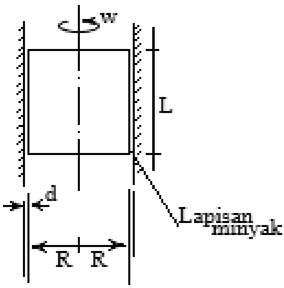
Kecepatan steady bila Z F = 0

$$\omega .\ \text{Sim } 20° - f\pi = 0$$

$$\omega .\ \text{Sim } 20° - \mu \frac{V_0 A}{d} = 0$$

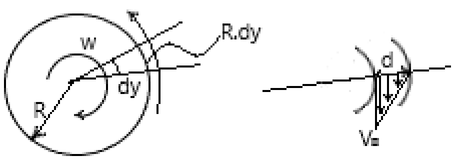
$$V_{0=} \ \frac{d.\omega.\text{Sim } 20°}{\mu.A} = \frac{(0{,}25.10^4).250\text{Sim } 20°}{(2{,}45.10^3).0{,}04} = 21{,}81\ {}^{m}/_{s}$$

<u>Soal-3:</u>



Silinder berputar dengan ωkonstan. Berapakah momen yang kasus diberikan agar ωkonstan ?

Penyelesaian :



$$\tau = \mu . \frac{V_o}{d}$$

$$\tau = \mu \frac{dy}{dy} = \mu \frac{V_0}{d}$$

$$\tau = \frac{\mu\omega r}{d}$$

$V_0 = \omega$ R

Persatuan panjang silinder :

dP = τ. dA = τ. R dy

dM = dP. R = τR^2dy

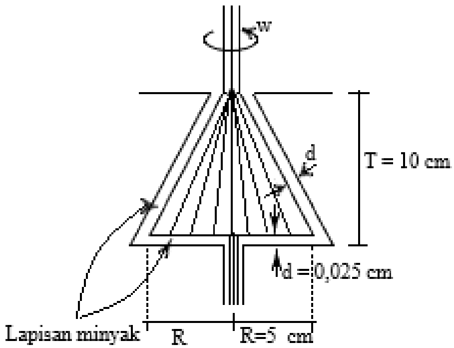
$= \frac{\mu.\omega R^3}{d} dy$

$M = \int dM \int_0^{2\pi} \frac{\mu\omega R^3}{d}\, dy = \frac{2\pi\mu\omega R^3}{d}$

untuk seluruh panjang :

$$M_{total} = M.\, L = \frac{2\pi\mu\omega R^3 L}{d}$$

<u>Soal-4</u> :

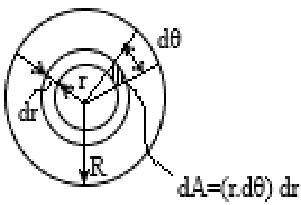


Konus dibuat berputar dengan kecepetan sudut konstan ω = 10 $\text{rad}/_{s}$
Viskositas minyak :
μ = 2,375 x 10^{-3} N $^{s}/_{m}$
Tebal lapisan minyak :
d = 0,025 cm
Tinggi konus = 10 cm
Jari – jari alas konus = 5 cm

Berapa momen yang diperlukan untuk memutar konus ?

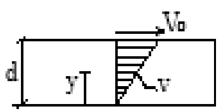
Penyelesaian :

- Moment tahanan terhadap konus yang ditumbangkan oleh alas :



$\tau = \mu \frac{\gamma v}{\gamma y} = \mu \frac{Vt}{d} = \frac{\mu\, \omega\, r}{d}$

$\tau = \mu \frac{\gamma V}{\gamma y} = \mu \frac{V_0}{d} = \mu \frac{\omega\, r}{d}$ dP = τ . Da = $\frac{\mu\, \omega\, r}{d}$. rdr d$\theta$

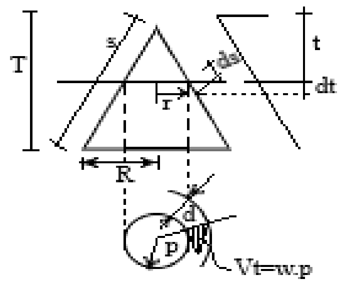


$M_1 = \frac{\mu\ \omega}{d} \int_0^{2\pi} \int_0^{R} r^3\ drd\theta$

dM_1 = r. dp = $\frac{\mu\ \omega}{d}$. r^3

$M_1 = \frac{\mu\ \omega}{d} \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} R^4 d\theta = \frac{\pi\ \mu\ \omega\ R^4}{2\ d}$

- Moment tahanan terhadap konus yang disambungkan oleh dinamis



$\tau = \mu \frac{\gamma v}{\gamma y} = \mu \frac{Vt}{d} = \frac{\mu\omega}{d}$

$\frac{r}{R} = \frac{t}{T} \rightarrow r\ \frac{t.r}{T}$

dP = τ. dA = $\frac{\mu\ \omega\ r}{d}$. 2πr ds

dM_2 = dP.r $\frac{2\pi\mu\ \omega\ r^3}{d}$ds

$\frac{ds}{dt} = \frac{S}{T} \rightarrow ds\ \frac{S}{T}dt$

S = $\sqrt{T^2 + R^2}$ = $\sqrt{10^2 + 2{,}3^2} = \sqrt{105}$ = 11,18 cm

$DM_2 = \frac{2\pi\mu\ \omega}{d} . (\frac{P^3}{T}) t^3\ \frac{S}{T} dt = \frac{2\pi\mu\ \omega.\ r^3}{d.T^4} t^3\ dt$

$M^2 = \frac{2\pi\mu\ \omega.\ r^3}{d.T^4} \int_0^T t^3 dt = \frac{2\pi\mu\ \omega\ r^3}{2d}$

Agar ω = konstan→ Momen yang diberikan = Momen Landasan

M_t $= M_1 + M_2 = \frac{2\pi\mu\ \omega\ r^3}{2d}$ (R + S)

$= \frac{\pi(2{,}375.10^{-3}).10.(0{,}005)^3}{2.0{,}25.10^{-3}}$(0,05 + 0, 1118)

= 3,02 x 10^{-3} Nm

BAB 3. STRESS PADA SUATU TITIK, PENGUKURAN TEKANAN

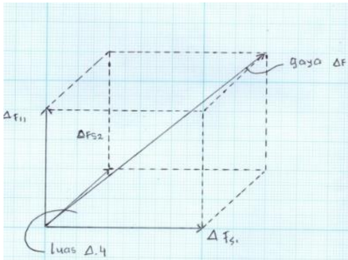
3.1 GAYA & TEKANAN, SKALAR-VEKTOR-TENSOR

Gaya pada suatu benda terdiri dari:

- Gaya benda (body forces) : gaya tarik gravitasi, magnet, dan lain-lain
- Gaya permulaan (surface forces): gaya yang langsung kontak dengan permukaan benda

Tegangan ialah gaya per satuan luas bidang

Tegangan pada suatu titik akibat surface force:



Misalkan ada elemen gaya ΔF yang bekerja pada elemen luas ΔA

ΔF dapat diuraikan atas:

ΔF_n kompenen yang bekerja tegak lurus ΔA (arah normal)

ΔFs_1 & ΔFs_2 kompenen yang bekerja menyinggung bidang ΔA, dalam arah s_1 & s_2 (sumbu yang saling tegak lurus)

Tegangan yang timbul akibat ΔF adalah:

$$\sigma n_n = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} = \frac{dF_n}{dA}$$

$$\tau_{s_1} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F s_1}{\Delta A} = \frac{dF_{s_1}}{dA}$$

$$\tau_{s_2} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F s_2}{\Delta A} = \frac{dF_{s_2}}{dA}$$

Pada fluida:

$$\sigma n_n \rightarrow tegangan\ normal\ tekan$$

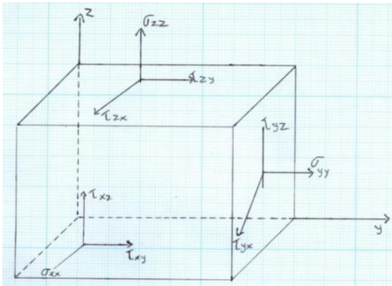
Pada fluida energy (tidak berkekentalan):

$$\tau = 0$$

Besaran ada 3 macam:

1. SKALAR → besaran numerik
   Contoh: suhu (T), Head (∅)
2. VEKTOR → besar & arah
   Contoh: Gaya $\vec{F} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + F_z\vec{k}$
3. TENSOR → besar, arah, bidang kerja

Tensor tegangan:



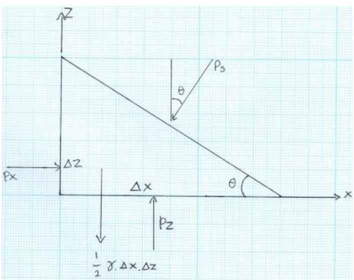
τ_{i_j} = tegangan geser arah j dengan bidang kerja tegak lurus arah i (normal dari bidang kerja dalam arah i)

Tensor tegangan: $\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$

Hal-hal penting:

1. $\tau_{xy} = \tau_{yx}$
   $\tau_{xz} = \tau_{zx}$
   $\tau_{yz} = \tau_{zy}$
2. Bila fluida tak kental → $\tau_{ij} = 0$
   Bila fluida bergerak stasioner atau seragam → $\tau_{ij} = 0$

Tinjau elemen fluida seperti tergambar:



Tebal arah y (⊥ gambar) adalah 1 satuan

Keseimbangan arah x:

$$p_x.\Delta z - p_s\,.\sin\theta\,.\Delta s = 0$$

$$p_x.\Delta s\,.\sin\theta - p_s\,.\Delta s\,.\sin\theta = 0$$

$$p_x = p_s$$

Keseimbang arah z:

$$p_z . \Delta z - p_s \, . \cos\theta \, . \Delta s - \frac{1}{2}\gamma \, . \Delta x \, . \Delta z = 0$$

$$p_z - p_s = \frac{1}{2}\gamma \, . \Delta z$$

Bila elemen fluida merupakan suatu partikel: $\Delta z = 0$

$$p_z = p_s$$

$$\rightarrow \; p_x = p_z = p_s$$

→ tekanan pada suatu titik dalam fluida statis adalah sama besar dalam semua arah

(hukum pascal)

→ jika fluida bergerak, tekanan didefinisikan sebagai nilai rata-rata dari ketiga tekana normal yang saling tegak lurus pada elemen fluida tersebut.

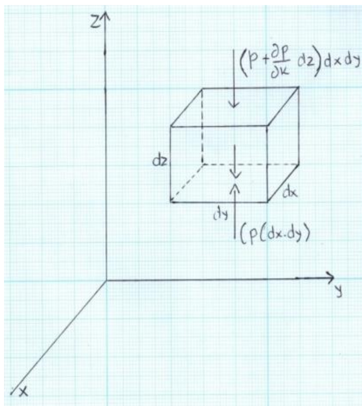
$$p = \frac{1}{3}\left(p_x + p_y + p_z\right)$$

3.2 VARIASI TEKANAN DALAM FLUIDA STATIS

Keseimbangan arah z:

$$dF_z = p d_x d_y - \left(p + \frac{\partial_p}{\partial_z} d_z\right) d_x d_y - \gamma d_x d_y d_z$$

$$= -\frac{\partial_p}{\partial_z} d_x d_y d_z - \gamma d_x d_y d_z$$



Analog untuk keseimbangan arah x & arah y:

(tidak ada gaya badan)

$$dF_x = -\frac{\partial_p}{\partial_x} d_x d_y d_z$$

$$dF_y = -\frac{\partial_p}{\partial_y} d_x d_y d_z$$

$$\overrightarrow{\Delta F} = dF_x \vec{\imath} + dF_y \vec{\jmath} + dF_z \vec{k}$$

$$\frac{\overrightarrow{\Delta F}}{d_x d_y d_z} = \vec{f} = -\left(\frac{\partial_p}{\partial_x}\vec{\imath} + \frac{\partial_p}{\partial_y}\vec{\jmath} + \frac{\partial_p}{\partial_z}\vec{k}\right) - \gamma\vec{k} \;\; = \; -\nabla p - \gamma\vec{k}$$

Fluida statik: $\Delta\vec{F} = 0$

$\nabla p + \gamma\vec{k} = 0$

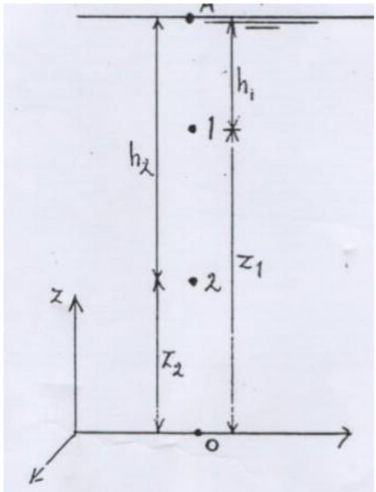
$\frac{\partial_p}{\partial_x} = 0 \quad \dashrightarrow \quad p = f(y\,,\; z)$

$\frac{\partial_p}{\partial_y} = 0 \quad \dashrightarrow \quad p = f(z)$

$\frac{\partial_p}{\partial_z} + \gamma = 0$

$$p = -\gamma z + C$$

Nyatakan tekanan di 0 adalah p_0



p
$= -\gamma z + C$
$\rightarrow p_0 = C$
$\rightarrow p_1 = -\gamma\,.\,z_1 + p_0$
$\quad p_0 = p_1 + \gamma z_1$
$\rightarrow p_2 = -\gamma\,.\,z_1 + p_0$
$\quad = -\gamma\,.\,z_2 + p_1 + \gamma\,.\,z_1$
$\quad = p_1 + j\;(z_1 - z_2)$
$\quad = p_1 + j\;(h_2 - h_1)$

Analog: $p_2 = p_A + j\;(h_2)$ & $p_1 = p_A + j\;(h_1)$

A dipermukaan → $p_A = 0$ (tekanan relatif)

→ $p = \gamma\,.\,h$ <h diukur dari permukaan, vertikal ke bawah>

(variasi tekanan dalam fluida mampu merapat)

3.3 PENGUKURAN TEKANAN

Alat pengukur tekanan umumnya terdiri dari 2 jenis:
-manometer
-mechanial gage

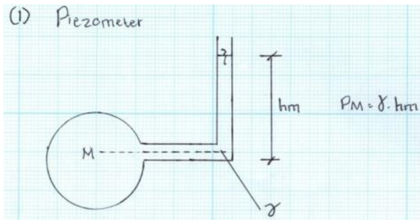
Manometer ada 2 tipe:

1) Simple manometer, untuk mengukur tekan fluida didalam ruang tertutup
2) Differential manometer, untuk mengukur beda tekanan antara dua fluida

Simple Manometer

1. Piezometer

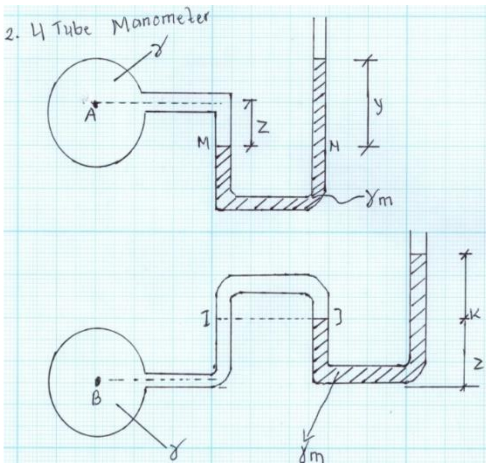
$$p_M = \gamma \,.\, h_M$$



2. U-Tube Manometer

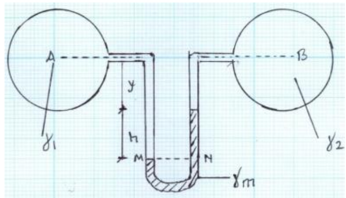
$$p_M = p_N$$
$$p_M = p_A + \gamma \,.\, z$$
$$p_N = \gamma_M \,.\, y$$
$$\rightarrow p_A = \gamma_M \,.\, y - \gamma \,.\, z$$

$$p_I = p_J = p_K$$
$$p_B = p_I + \gamma \,.\, z$$
$$p_K = \gamma_M \,.\, y$$
$$p_B = \gamma_M \,.\, y + \gamma \,.\, z$$

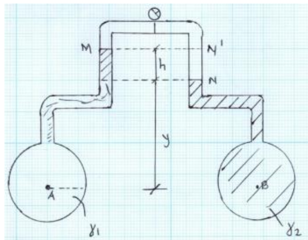


Differential Manometer

1. U-tube Differential Manometer
   $p_M = p_N$
   $p_M = p_A + \gamma_1(y + h)$
   $p_N = p_B + \gamma_2 \,. y + \gamma_M \,. h$
   $p_A - p_B = \gamma_M \,. h + \gamma_2 \,. y + \gamma_1(y + h)$



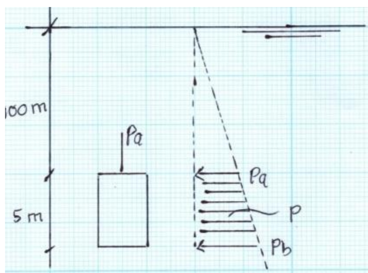
2. Inverted U-tube Manometer
   $p_M = p_N^1 = p_N$
   $p_A = p_M + \gamma_1(y + h)$
   $p_B = p_N + \gamma_2 \,. y$
   $p_A - p_B = \gamma_1(y + h) - \gamma_2 \,. y$



Contoh Soal

SOAL-1

Sebuah laboratorium laut setinggi 5m direncanakan ditempatkan sampai kedalaman 100m (diukur dari puncak laboratorium ke permukaan laut). Hitunglah besarnya tekanan pada puncak dan variasi tekanan pada dinding laboratorium tersebut. ($s = 1{,}020$)



Penyelesaian:

p = $\gamma \,. h$

= (s . γ_{air}) $h = 1{,}020 \,.9810 \,. h$

= 10006,2 h

Pada puncak:

$p_a = 10006{,}2 \,. 100 = \quad 1000620\ N/m^2$

$p_a = 1000{,}62\ kN/m^2$

$p_a = 100{,}62\ kP_a$ $\qquad p_a = 1{,}00062\ MP_a$

Pada dinding : $p_a = 10006{,}2\ (100 + y)\ N/m^2$

$p_a = 10{,}0062\ (100 + y)\ kN/m^2$

(Persamaan garis lurus)

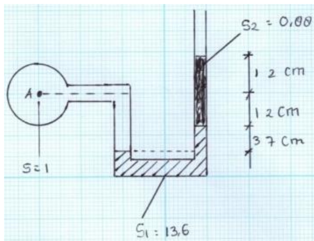
Didatar : $p_a = 10{,}0062\ (100 + 5)\ kN/m^2$

$= 1050{,}65\ kP_a$

$p_a = 1{,}05065\ MP_a$

<u>SOAL-2</u>

Sebuah pipa yang mengalirkan air disambungkan pada sebuah u-tube manometer untuk mengukur tekanan di dalam pipa tersebut. Berapa tekanan air di dalam pipa jika diketahui specifie gravity cairan di manometer adalah $s_1 = 13{,}6$ dan $s_2 = 0{,}88$? (lihat gambar)



Penyelesaian:

$p_C = p_D$

$p_C = p_A + \gamma_{air}\ .0.49$

$p_D = 13{,}6\ .\ \gamma_{air}\ .0{,}37 + 0{,}88\ .\gamma_{air}\ .0{,}24$

$p_A + \gamma_{air}\ .0{,}49 = 13{,}6\ .\ \gamma_{air}\ .0{,}37 + 0{,}88\ .\gamma_{air}\ .0{,}24$

$p_A = \gamma_{air}\ (13{,}6\ .\ 0{,}37 + 0{,}88\ .\ 0{,}24 - 0{,}49)$

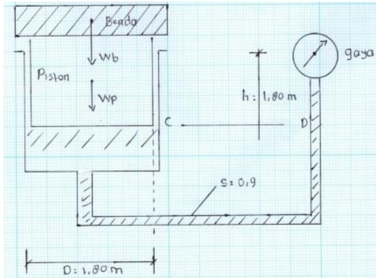
$= 9810\ .\ 4{,}7532 = 46628{,}9\ N/m^2$

<u>SOAL-3</u>

Sebuah benda diletakkan di atas piston yang dapat bergerak naik turun. Di bawah piston terdapat fluida dengan specific gravity 0,9 yang dihubungkan dengan sebuah gage yang terletak 1,8 m (diukur keatas) dari alas piston.

Berapakah berat benda di atas piston bila pada pembacaan gage menunjukkan tekanan 21 N/m^2 ? (diameter piston = 1,80 m dengan berat $22\ kN$)

Penyelesaian:



$p_C = p_D$

$\frac{W_b - W_p}{\pi D^2/4} = p_{gage} + s \, . \gamma_{air} \, . h$

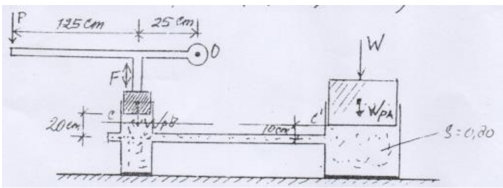
$\frac{W_b - 22000}{\pi 1{,}8^2/4} = 21{,}10^4 +$
$0{,}9 \, . \, 9810 \, . \; 1{,}8$

$W_b = \frac{\pi . 1{,}8^2}{4} (21{,}10^4 + \; 0{,}9 \, . \, 9810 \, . \; 1{,}8) - 22000$

$= 552826 \, N = 552{,}8 \;\; kN$

<u>SOAL – 4</u>

Dari sebuah hydralic jarak seperti tergambar, diketahui diameter silinder A dan B berturut-turut 7,5cm dan 60cm. berapakah gaya P yang harus diberikan agar beban W seberat 40KN dapat terangkat ? (abaikan piston Wpa, wpb, dan luas)



Penyelesaian :

Pc = pc'

$\frac{\text{F}}{\text{ApB}}$ + s.ᵞair . 0.10 = $\frac{\text{w}}{\text{ApA}}$

$\frac{\text{F}}{\Pi \frac{0{,}075^2}{4}}$ + 0,8 . 981 . 0,10 =$\frac{40.000}{\Pi \frac{0{,}62}{4}}$

F = (141471 – 784,8) $\frac{\Pi\, 0{,}075^2}{4}$ = 621,53 N

$\sum M_0 = 0$

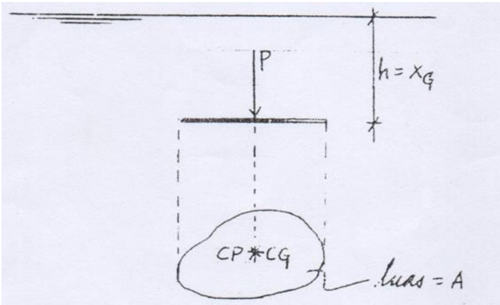
$P \cdot 1,50 = F \cdot 0,25$

$P = 103,6\ N$

Gaya P harus > 103,6 N → W bisa terangkat.

BAB 4. GAYA HIDROSTATIS PADA PERMUKAAN

4.1 Gaya Terhadap Bidang Rata Yang Terletak Horizontal Dalam Cairan



Tekanan pada setiap titik di permukaan bidang sama besarnya

$$P = \gamma . h$$

Resultante gaya : $p = p.a = \gamma.A.h = \underline{\gamma.A.x_g}$

Arah gaya : Tegak lurus permukaan.

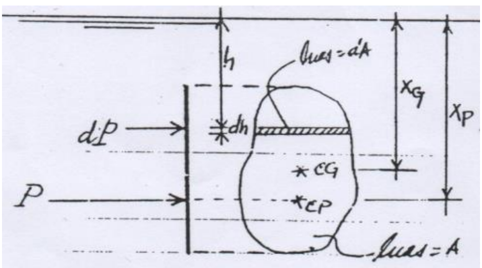
Titik tangkap gaya : CP =CG

CP –centre of pressre

CG - centre of grafity

XG- jarak CG ke permukaan cairan

4.2 Gaya Terhadap Bidang Rata Yang Terletak Vertikal Dalam Cairan.



Jarak CP ke permukaan cairan

Tekanan pada kedalaman h adalah $p= \gamma . h$

Tekanan ini membentuk resultante dP pada luas dA yang terletak pada kedalaman h

$$dP= \gamma . h . dA$$

Gaya pada luas A:

$$P = \int dP = \int \gamma . h . dA = \gamma \int h . dA$$

h. dA →momen luas dA terhadap permukaan

$\int h . dA$ → momen luas total A terhdap permukaan

$$= A . X_g$$

→ $p = \gamma . A . X_g$

Arah gaya P : Tegak lurus permukaan bidang → P bekerja horizontal

Momen gaya dP terhadap permukaan = h.dP

Momen gaya total P terhadap permukaan = $\int h . dP$

$$P . X_p = \int h . dp$$

$$\gamma . A . X_g . X_p = \int h^2 dA$$

$$= \gamma \int h^2 dA$$

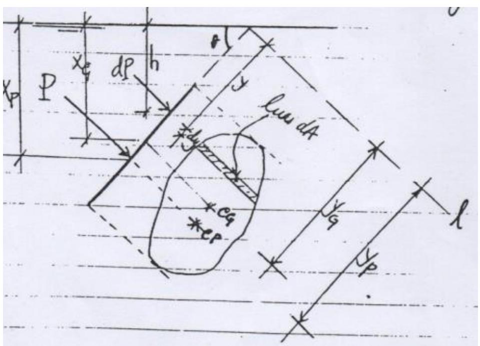
$\int h^2 dA$ = momen inersial luas A terhadap permukaan

$$= I_g + A . X_g^2$$

→ $\gamma . A . X_g . X_p = \gamma . I_g + \gamma . A . X_g^2$

$$X_p = X_g + \frac{I_g}{A . X_g}$$

4.3 Gaya Tehadap Bidang Rata Yang Terletak Miring Dalam Cairan



Tekanan pada kedalaman h adalah $p = \gamma . h$

Gaya pada luas dA adalah dP = resultante p pada luas dA

$$dP = p.dA = \gamma.h.dA$$

gaya pada luas A :

$P = \int h.\,dP = \gamma \int h.\,dA = \gamma.sim\Phi \int y.\,dA$

y . dA ----> momen luas dA Terhadap garis l

∫y . dA -----> momen luas A terhadap garis l

$P = \gamma \,.\, A \,.\, y_G \sin\theta = \gamma \,.\, A \,.\, X_g$

Arah gaya P = tegak lurus permukaan bidang

-Momen gaya dP terhadap garis l = y . dP

-Momen gaya total P terhadap garis l = ∫y . dP

$$P\,.yP = \int y.\,dP$$

$\gamma\, A \,.\, yA \,.\, \sin\theta \,.\, yP = \gamma \int y^2 \,.\, \sin\theta\, dA$

$$= \gamma \sin\theta \,.\, \int y^2 \,.\, dA$$

$\int y^2 \,.\, dA$ = momen inersia luas A terhadap garis l

$= I_G + A.\, y_G^2$

$y_{G..}\, y_P = I_G + A.\, y_G^2$

$$y_P = y_G + \frac{IG}{A.yG}$$

$$\frac{xp}{\sin\theta} = \frac{xG}{\sin\theta} = \frac{IG}{A.XG}\sin\theta$$

$$X_P = X_G + \frac{IG}{A.XG}\sin\theta$$

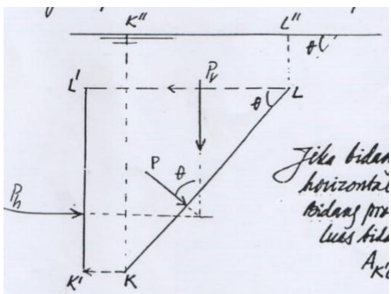
Tinjau apabila P diuraikan atas komponen P_h dan P_v

P diuraikan atas P_A dan P_V

$P_h = P \sin\theta$

$P_v = P \cos\theta$

Jika bidang miring KL diproyeksikan



horizontal, didapat : bilangan proyeksi vertical $K^I L^I$
luas bidang $K^I L^I$ = KL sin θ

$A_{K'L'} = A_{KL} \sin \theta$

Gaya horizontal pada bidang $K^I L^I = P_h = = \gamma A_{K'L'} . X_G$

$P_h = \gamma A_{K'L'} . X_G$

$= (\gamma . A . X_G) \sin \theta = P. \sin \theta$

Berat cairan di atas bidang KL = ɣ . Vol

$P_v = \gamma . (\text{luas bidang } K^{II}L^3) . x_G$

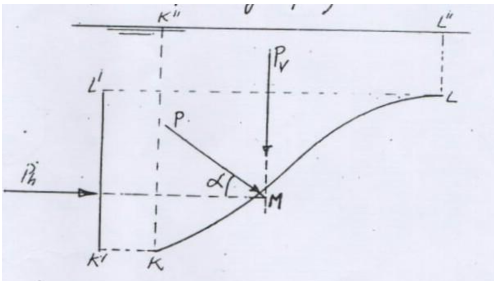
$= \gamma . A_{KL} . \cos \theta = P. \cos \theta$

➔ P bisa dicari dari : $P = \sqrt{Ph2 + Pv2}$

Dimana P_A = Gaya Hidrostatis pada bidang vertical yang merupakan proyeksi bidang miring tersebut

P_V = Berat Cairan diatas bidang Miring

4.4. Gaya Terhadap Bidang Lengkung Dalam Cairan



- Hitunglah luas bidang K'L' dua posisi X_g dari bidang tersebut
- ($K^I L^I$ adalah Proyek KL yang vertical)
- Hitung P_h = gaya hidrostatis pada bidang lengkung KL, Yaitu volume KLL^{II}
- Hitung volume diatas bidang lengkung KL, yaitu volume $KLL^{II}K^{II}$
- Hitung P_v = berat aliran diatas bidang lengkung KL
- Hitung $P = \sqrt{Ph2 + Pv2}$
- Cari titik potong P_h dan P_v (titik M)

- P melalui titik M dan membentuk sudut α terhadap horizontal, dengan Tan α $\frac{Pv}{Ph}$

Tabel momen inersia dari beberapa bidang :

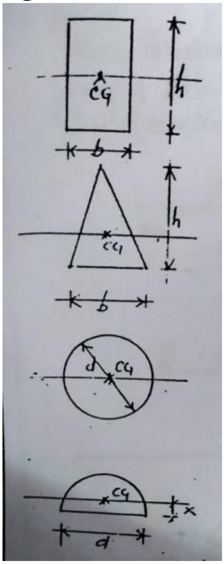
$I_G = \frac{1}{12}\, b\, h^3$

$I_G = \frac{1}{36}\, b\, h^3$

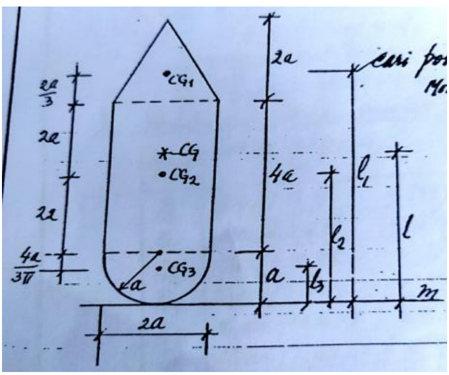
$I_G = \frac{1}{64} \Pi d^4$

$I_G = 0.00686\ d^4$

$x = \frac{2\,d}{3\Pi}$



cara mencari I_G dari penampang kombinasi



momen terhadap datar (garis m)

$A_1.L_1 + A_2.L_2 + A_3.L_3 = A_{Total}\ .\ l$

Cari I_G dari masing- masing bidang

$A_1 \dashrightarrow I_G = I_{G1} + A_1\ .\ (l_1.L)^2$

$A_2 \dashrightarrow I_G = I_{G2} + A_2.\ (l.l_2)^2$

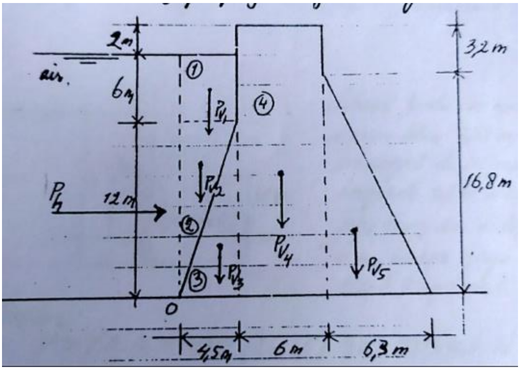
$A_1 \dashrightarrow I_G = I_{G3} + A_3.\ (l.l_3)^2$

CONTOH SOAL :

<u>SOAL-1.</u>

Sebuah bendungan / dam setinggi 20 m, menahan air pada kondisi puncak setinggi 18 m.

Carilah resultante gaya yang bekerja, bila $\gamma_{dam} = 26$ kN/m^3



Penyelesaian :

Perhitungan dilakukan untuk Panjang dan tegak lurus gambar = 1 m.

Gaya – gaya yang bekerja :

P_h = gaya hidrostatis pada bidang vertical yang merupakan proyeksi dari bidang muka dam

P_{v1} & P_{v2} = berat cairan diatas bidang miring (bidang muka) dam

P_{v3}, P_{v4}, P_{v5} = berat sendiri dam

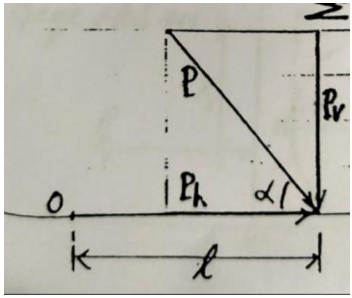
Perhitungan dengan tabelasi :

Gaya	Berat gaya (kN)	Jarak dari 0 (m)	Momen terhadap 0 (kN.m)	Ketetapan tentang P_h & P_v
P_h	9,810 .(18.1) . 9 = 1589,22	6,00	9535,3200	$\gamma . A . X_G$
P_{v1}	9,810 .(6. 4,5 . 1) = 264,87	2,25	595,9597	$\gamma . V$
P_{v2}	9,810 .(1/2. 12 . 4,5 . 1) = 264,87	1,50	397,3050	$\gamma . V$
P_{v3}	26,000 .(1/2. 12 . 4,5 . 1) = 702,00	3,0	2106,0000	$\gamma_{dam} . V$
P_{v4}	26,000 .(20 . 6 . 1) = 3120,00	7,50	23400.0000	$\gamma_{dam} . V$

P_{v5}	26,000 .(1/2. 16,8 . 6,3 . 1) = 1375,92	12,60	17336,5920	γ_{dam} . V

$\sum P_v$ = 5727,66 kN; $\sum M_o$ = 53371,1745 kN.m

P_h = 1589,22 kN;



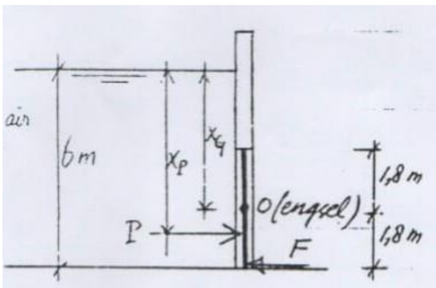
Berat gaya: $P = \sqrt{P_V^2 + P_h^2} = \sqrt{5727{,}66^2 + 1589{,}22^2} = 5944{,}05\ kN$

Arah gaya: $\tan\alpha = \frac{P_V}{P_h} = 3{,}604$

Letak gaya: $l = \frac{\sum M_0}{P_V} = \frac{53371{,}1745}{5727{,}66} = 9{,}32\ m$

SOAL–2

Sebuah pintu air empat persegi panjang dengan lebar 1.50 m dan tinggi 3.6 m berengsel di 0 (pada sumbu horizontal) berjarak 1.88 m dari alas. Jika tinggi air didepan pintu adalah 6 m, berapa gaya F agar pintu tidak berputar?



Penyelesaian:

$P = \gamma . A . X_G = 9810(3{,}6\ .\ 1{,}5)\ 4{,}2 = 222490{,}8\ N$

$X_p = X_G + \frac{I_G}{A . X_G}$

$= 4{,}2 + \frac{\frac{1}{12}\ .\ 1{,}5\ .\ 3{,}6^3}{(3{,}6\ .\ 1{,}5)\ 4{,}2} = 4.457\ m$

$\sum M_0 = 0$

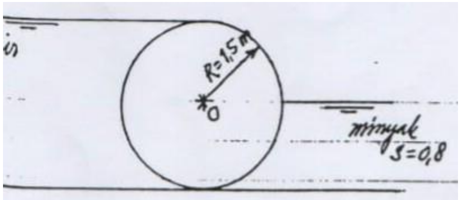
$F\ .\ 1{,}8 - P(4{,}457 - 4{,}2) = 0$

$F = \frac{222490.8\ \ .\ \ 4{,}2}{1{,}8} = 31766{,}74\ \ N$

<u>SOAL-3</u>

Sebuah tong silinder membatasi dua jenis cairan (air dan minyak – 3=0,8)

Carilah beratnya gaya oleh air dan minyak pada tong tersebut.



Penyelesaian:

Untuk panjang tong = 1 m

$P_{h_1} = gaya\ pada\ bidang\ proyeksi\ (K'L')$

$= \gamma_{air}\ .A_{K'L'}\ .X_G$

$= 9810\ \ .\ \ (3{,}1)\ .\ \ 1{,}5 = 44145\ \ N$

$x_1 = 2\ m$

$P_{V_1} = ?$

Gaya vertical pada bidang KM adalah berat cairan KMM'L dan bekerja ke atas

Gaya vertical pada bidang ML adalah berat cairan MM'L dan bekerja ke bawah

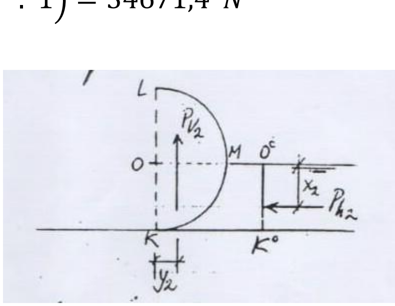
P_{V_1}= berat cairan KMM'L – berat cairan MM'L

= berat cairan separuh silinder KML, bekerja ke atas

$P_{V_1} = \ \gamma_{air}\ \left(\frac{\pi.R^2.L}{2}\right) = 9810\ \left(\frac{\pi}{2}\ .\ \ 1{,}5^2\ .\ \ 1\right) = 34671{,}4\ \ N$

$y_1 = jarak\ titik\ berat\ cairan\ KML$

$= \frac{4R}{3\pi} = \frac{4\ \ .\ \ 1{,}5}{3\ \ .\ \ \pi} = 0{,}6366\ m$



Gaya oleh minyak:

$P_{h_2} = \gamma_{air}\ \ .\ \ A_{K^{\circ}O^{\circ}}\ \ .\ \ X_G$

$= 0{,}8\ \ .\ \ 9810\ \ (1{,}5\ \ .\ \ 1)0{,}75$

$= 8829\ \ N$

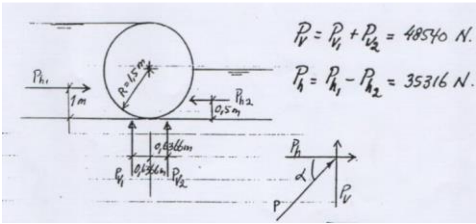
$x_2 = 1\ m$

P_{V_2} = berat cairan diatas bidang KM, arah keatas

= berat cairan KMO

$P_{V_2} = 0{,}8\ .\ \ 9810\ \left(\frac{1}{4}\ .\ \pi\, R^2 L\right) = 0{,}8\ .\ 9810\ \left(\frac{1}{4}\ .\ \pi\ .\ 1{,}5^2\ .\ 1\right) = 73868{,}6\ \ N$

$y_2 = \frac{4R}{3\pi} = 0{,}6366\ \ m$

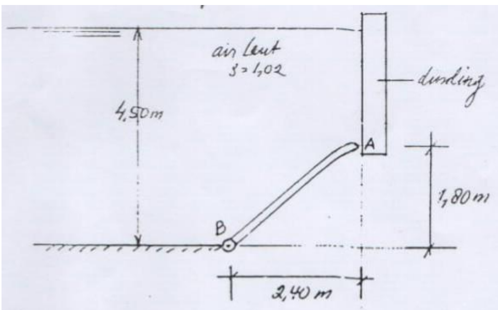


$$P_V = P_{V_1} + P_{V_2} = 48540\ \ N$$
$$P_h = P_{h_1} - P_{h_2} = 35316\ \ N$$
$$P = \sqrt{P_V^2 + P_h^2} = 60028\ \ N$$
$$\tan\alpha = \frac{P_V}{P_h} = 1{,}3744$$

<u>SOAL-4</u>

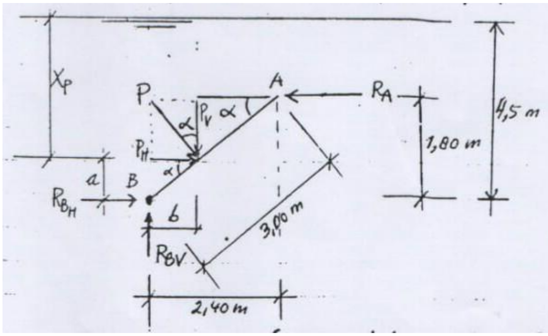
Sebuah pintu air seperti tergambar, dengan lebar tegak lurus gambar 1,50 m berengsel di B dan bertumpuh di sebuah dinding pada titik A Hitunglah:

(a) Gaya pada pintu air itu karna tekanan air laut (s=1,02)
(b) Gaya mendatar P_A yang dikerjakan oleh pintu terhadap A
(c) Reaksi engsel B



Penyelesaian:
Perhitungan dengan mengabaikan berat pintu AB
(bila berat pintu diketahui, dapat dipadukan dengan perhitungan ini)

$\sin\alpha = \frac{1,80}{3} = 0,6$
$\cos\alpha = \frac{2,40}{3} = 0,8$



$P = \gamma\ .\ A\ .X_G = (1,02\ .\ 9810)\ (3\ \ .\ 1,5)\left(4,5 - \frac{1,8}{2}\right) = 162100\ \ N$
$P_V = \mathrm{P}\ .\ \cos\alpha = 0,8\ .\ P = 129680\ \ N$
$P_H = \mathrm{P}\ .\ \sin\alpha = 0,6\ .\ P = 97260\ \ N$
$X_p = X_G + \frac{I_G}{A\ .\ X_G} sin^2\theta = 3,6 + \frac{\frac{1}{12}\ .\ 1,5\ .\ 3^3}{(1,5\ .\ 3)\ 3,6} 0,6^2 = 3,675\ \ m$
$a = 4,5 - X_p = 0,852\ \ m$
$a = b\ .\ \tan\alpha \rightarrow b = \frac{a}{\tan\alpha} = 0,825\ .\ \frac{0,8}{0,6} = 1,10\ \ m$

$\sum M_B = 0$
$P_H\ .\ a + P_V\ .\ b - R_A\ .\ 1,8 = 0$
$97260\ .\ 0,825 + 129680\ .\ 1,1 - R_A\ .\ 1,8 = 0$
$R_A = 123826,4\ \ N\ (arah\ ke\ kiri)$
→ gaya mendatar P_A di titik $A = 123826,4\ \ N$ (arah kekanan)
$\sum gaya\ vertikal = 0$
$R_{B_V} = P_V = 129680\ \ N$ (ke atas)
$R_{B_H} = R_A - P_H = 123826,4 - 97260 = 26566,4\ \ N$ (ke kanan)

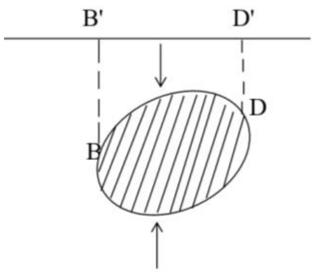
5. GAYA APUNG DAN STABILITAS BENDA TERAPUNG

5.1 GAYA APUNG

Sebuah benda terendam atau terendam sebagian (terapung) akan menerima gaya yang disebut gaya apung.

Gaya apung dapat ditentukan dengan menggunakan dua pendekatan yaitu:

a). Gaya pada bidang lengkung atas dan bawah.



Gaya horizontal pada bidang lengkung akan saling mengimbangi (karena luas bidang proyeksinya yang vertikal dan letak CG adalah sama) sehingga resultant gaya adalah nol.

Gaya vertikal pada bidang lengkung BCD adalah Pv_1 yang arahnya ke atas dan besarnya sama dengan berat cairan di atas bidang lengkung BCD.

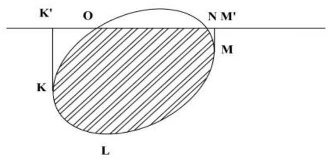
Gaya vertikal pada bidang lengkung BED adalah Pv_2 yang arahnya ke bawah dan besarnya sama dengan berat cairan di atas bidang lengkung BED.

$$Pv_1 = \gamma.(\text{volume BCDD'B'})$$

$$Pv_2 = \gamma.(\text{volume BEDD'B'})$$

Resultante : $F_B = Pv_1 - Pv_2 = \gamma$.(volume BCDE)

F_B = gaya angkat = γ.volume benda yang terendam



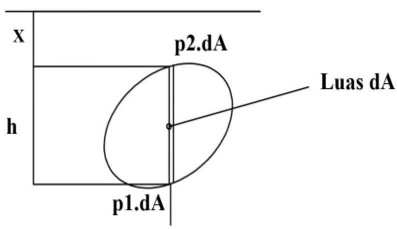
$Pv_1 = \gamma$.(volume KLMM'K')

$Pv_2 = \gamma$.(volume KOK'+ volume MM'N)

$F_B = Pv_1 - Pv_2 = \gamma$.(volume KLMND)

$= \gamma$.volume benda yang terendam

b). Penjumlahan gaya-gaya tekanan vertikal pada irisan elemen.



Tinjau suatu irisan berbentuk silinder dengan luas irisan LA dan tinggi h.

$P_1 = \gamma(x + h)$

$P_2 = \gamma(x)$

Gaya vertikal pada silinder : $dF_B = (P_1 - P_2)\ dA = \gamma h\ dA = \gamma dV$ dengan dV = volume silinder.

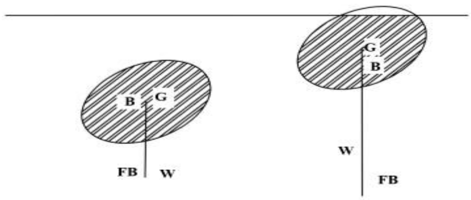
Gaya angkat : $F_B = \int dF_B = \int \gamma.dV = \gamma.V$ dimana V = volume benda yang terendam.

Gaya angkat F_B berkehendak mengangkat/mengapungkan benda disebut GAYA APUNG.

5.2 STABILITAS BENDA TERAPUNG

*Hukum Archimedes:

Benda yang dimasukkan kedalam fluida, akan menimbulkan fluida yang sama beratnya dengan berat benda tersebut,dan akan mengalami gaya apung sebesar berat fluida yang dipindahkan tersebut.



Benda yang dimasukkan ke dalam fluida,pada suatu saat akan berada dalam keseimbangan yang disebut stabilitas vertikal.Pada kondisi ini:

$F_B = W$

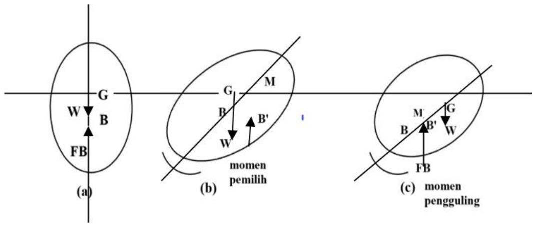
Gaya apung = Berat benda

W bekerja pada titik berat benda : G

F_B bekerja pada titik berat cairan yang dipindahkan atau titik berat volume benda yang terendam : B

Pada kondisi benda terendam seluruhnya dan benda tersebut homogen,maka B berimpit dengan G.

Tinjau benda mengapung pada 3 (tiga) keadaan berikut:



(a)-Posisi terapung awal

(b)-Posisi benda mengalami kemiringan ,akibatnya titik B sebagai pusat gaya angkat berpindah ke B

-Terjadi momen yang akan memalihkan posisi benda kembali ke posisi semula

-Momen ini disebut momen pemulih

(c)-Posisi titik B yang berpindah ke B' menimbulkan momen yang akan menambah kemiringan benda

-Momen ini disebut momen pungguling

Dari keadaan (b) dan (c),terlihat bahwa bila titik M berada di atas titik G maka akan terjadi momen pengguling.Titik M disebut metacentre.

Agar dicapai kemantapan,titik M harus diatas titik G.

$$MG = MB - BG$$

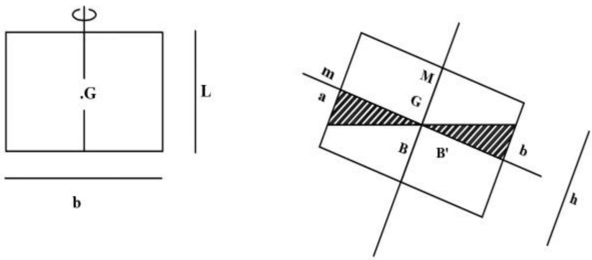
MG disebut tinggi metaccatric.

Dari uraian diatas,diperoleh tiga jenis stabilitas benda terapung:

1. MG > 0 ; atau M diatas G → keseimbangan MANTAP

2. MG = 0 ; atau M berimpit G → keseimbangan NETRAL

3. MG < 0 ; atau M dibawah G → keseimbangan LABIL



Tinjau dalam berukuran b×L×h dengan berat W,terapung dipermukaan cairan,dan mengalami kemiringan seberat sudut θ.

Perputaran terhadap sumbu x.

Efek kemiringan ini adalah memindahkan bagian fluida oam ke obn,dan pusat gaya angkat berpindah dari B ke B'.

-berat fluida oam = berat fluida obn

$$= \gamma \cdot \tfrac{1}{2}\, o\overline{m} \cdot o\overline{m} \cdot L$$

$$= \gamma \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{b}{2} \sin\theta \cdot \tfrac{b}{2} \cdot L$$

$$= \tfrac{1}{8}\, \gamma b^2 L \sin\theta$$

-momen akibat perpindahan fluida ini

$= \frac{1}{8}\gamma b^2 L \sin\theta\ gg_2$

$= \frac{1}{8}\gamma b^2 L \sin\theta \cdot \frac{2}{3} b$

$= \frac{1}{12}\gamma b^3 L \sin\theta$

-momen akibat berpindahnya B ke B'

$= F_B \cdot BB'$

$= F_B \cdot MB \sin\theta$

$= W \cdot MB \sin\theta$

$\rightarrow W.MB.\sin\theta = \frac{1}{12}\gamma b^3 L \sin\theta$

$$MB = \frac{\gamma {}^{1}/_{2}\, Lb^3}{W} = \frac{\gamma.Ix}{W}$$

Catatan : Ix = momen inersia terhadap sumbu x,dari luas inersia di permukaan air.

$\rightarrow MG = MB - BG$

$= \frac{\gamma.Ix}{w} - BG$

B = pusat gaya angkat pada posisi mula-mula.

G = titik berat benda.

Contoh Soal

Soal-1.

Sebuah hydrometer sebesar 0,50 N dengan diameter tangkai 1,00 cm dimasukkan kedalam cairan dengan specific gravity 0,80. Setelah pembacaan, hydrometer dipindahkan kedalam cairan lain dengan specific gravity 0,70. Berapakah beda tinggi tangkai hydrometer antara keduanya?

Penyelesaian

a. $F_B = W = 0{,}50\ N = \gamma_1 \times V_1 = 0{,}80 \times \gamma_{air} \times V_1$

$$V_1 = \frac{0{,}50}{0{,}80 \times \gamma_{air}}$$

$$V_1 = \mathit{volume\ hidrometer\ yang\ terendam\ di\ cairan}\ 1$$

b. $F_B = W = 0{,}50\ N = \gamma_2 \times V_2 = 0{,}80 \times \gamma_{air} \times V_2$

$$V_2 = \frac{0{,}50}{0{,}70 \times \gamma_{air}}$$

$$V_2 - V_1 = A \times h$$

$$h = \frac{V_2 - V_1}{A} = \frac{\frac{0{,}50}{0{,}70 \times \gamma_{air}} - \frac{0{,}50}{0{,}80 \times \gamma_{air}}}{\frac{\pi \times 0{,}01^2}{4}}$$

$$= 0{,}116\ m = 166\ mm$$

Soal-2.

Benda berukuran kubus dengan rusuk 0,30 m seberat 280 N dimasukkan dalam air dan diikat pada dinding oleh tongkat berpenampang 20 cm^2 sepanjang 3 m. Tongkat ini mempunyai berat

15N. Ujung atas tongkat berada 30cm diatas permukaan air. Berapakah sudut θ pada saat keseimbangan tercapai?

<u>Penyelesaian</u>

$$F_{B_1} = \gamma \times V_1 = 9810 \times (0{,}3)^3 = 264{,}87N$$

$$X_{B_1} = 3\cos\theta$$

$$F_{B_2} = \gamma \times V_2 = 9810 \times (20 \times 10^{-4})(3 - \frac{0{,}3}{\sin\theta})$$
$$= 19{,}62\ (3 - \frac{0{,}3}{\sin\theta})$$

$$X_{B_2} = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{0{,}3}{\sin\theta}\right)\cos\theta + \frac{0{,}3}{\tan\theta} = 1{,}5\cos\theta + \frac{0{,}15}{\tan\theta}$$

$$W_1 = 280N$$
$$X_1 = 3cos\theta$$
$$W_2 = 15N$$
$$X_2 = \frac{1}{2}3cos\theta = 1{,}5cos\theta$$

Keseimbangan $\longrightarrow$ ΣMo = 0

$$F_B \times X_{B_1} + F_B \times X_{B_2} - W_1 \times X_1 - W_2 \times X_2 = 0$$

$$264{,}87 \times 3cos\theta + 19{,}62\left(3 - \frac{0{,}3}{sin\theta}\right)\left(1{,}5cos\theta + \frac{0{,}15}{tan\theta}\right) - 280 \times 3cos\theta - 15 \times 1{,}5cos\theta = 0$$

$$20{,}4\cos\theta - 0{,}8829\frac{cos\theta}{sin^2\theta} = 0$$

$$cos\theta\left(20{,}4 - \frac{0{,}8829}{sin^2\theta}\right) = 0$$

a. $\cos\theta = 0 \longrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ (tidak mungkin)

b. $20{,}4 - \frac{0{,}8829}{sin^2\theta} = 0$

$$20{,}4 = \frac{0{,}8829}{sin^2\theta}$$

$$sin\,\theta = 0{,}2080\text{in } \theta\text{=}0{,}2080$$

Soal-3.

Benda terdiri dari silinder kayu setinggi 60cm berdiameter 30cm dengan specific gravity 0,80 disambungkan dengan logam diatasnya. Logam dengan specific gravity 5,0 berdiameter 3cm dengan tinggi 10cm. benda ini dimasukkan tegak kedalam air. Periksa kestabilan benda tersebut.

Penyelesaian

$$F_B = W = \gamma_1 \times V_1 + \gamma_2 \times V_2$$

$$= 5 \times \gamma_{air} \times \left(\frac{\pi \times 0{,}03^2}{4}\right) \times 0{,}10 + 0{,}8 \times \gamma_{air}\left(\frac{\pi \times 0{,}03^2}{4}\right) 0{,}60$$

$$= 0{,}0109125\gamma_{air}N.$$

- Misalkan bagian terendam ≤ h2

$$F_B = \gamma_{air} \times vol.terendam$$

$$= \gamma_{air} \times \left(\frac{\pi \times 030^2}{4}\right) d$$

$$\gamma_{air} \times \frac{\pi \times 030^2}{4} d = 0{,}0109123\ \pi\gamma_{air}$$

$$d = 0{,}485m \quad < h2$$

Mencari titik G:

$$W_1 \times 0{,}65 + W_2 \times 0{,}30 = W_{total} \times X_g$$

$$5 \times \gamma_{air} \times \frac{\pi \times 0{,}03^2}{4} \times 0{,}10 \times 0{,}65 + 0{,}8 \times \gamma_{air} \times \frac{\pi \times 0{,}3^2}{4} \times 0{,}60 \times 0{,}30 = 0{,}0109125\pi \times \gamma_{air} \times X_G$$

$$0{,}0109125 \times X_G = 5 \times \frac{0{,}03^2}{4} \times 0{,}10 \times 0{,}65 + 0{,}8 \frac{0{,}3^2}{4} \times 0{,}60 \times 0{,}30$$

$$X_G = 0{,}3036m$$

Jarak BG = $X_G - \frac{d}{2} = 0{,}3036 - \frac{0{,}485}{2} = 0{,}0611m$

MG = MB-BG

$$= \frac{\gamma \times I_x}{W} - BG$$

$$= \frac{\gamma_{air} \times \frac{\pi}{64} D_2 4}{0{,}0109125 \times \pi \times \gamma_{air}} - 0{,}0611 = -0{,}0495m < 0$$

Keseimbangan Labil.

Soal-4.

Kapal seberat 19620kN (dengan muatannya) mempunyai bentuk irisan pada permukaan air seperti tergambaar. Titik tangkap gaya angkat terletak 1,5m dibawah permukaan air, sedangkan titik berat terletak 0,60m diatas permukaan air. Periksa keseimbangan kapal tersebut.

Penyelesaian

$$MG = MB - BG$$

$$= \frac{\gamma \times I}{W} - BG$$

$$BG = 1{,}5 + 0{,}6 = 2{,}10m$$

I = ?

MG minimum pada I minimum

$$I_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{64} \times b^4\right) + \frac{1}{12} Lb^3 + 2\left(\frac{1}{36} h \left(\frac{b}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} h \left(\frac{b}{2}\right)\left(\frac{b}{6}\right)^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{64}\right) \times 12^4 + \frac{1}{12} \times 30 \times 12^3 + 2(\frac{1}{36} \times 6 \times 6^3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 2^2)$$

$$= 508{,}9 + 4320 + 216 = 5044{,}9m^4$$044,9m^4

$$MG = \frac{9810 \times 5044{,}9}{19620000} - 2{,}10 = 0{,}42 \; > 0$$

Keseimbangan Mantap.

Soal 5.

Sebuah ponton tertutup berukuran 20m x 6m x 3m dibagi atas empat ruangan oleh diafragma vertical dan horizontal sehingga tiap ruangan berukuran 10m x 6m x 1,5m. Konstruksi ponton seluruhnya dari pelat baja tebal 6mm, dengan specific weight 90kN/m^3.

Bila ponton berada dilaut (γair laut = 10kn/m^3), ditanya:

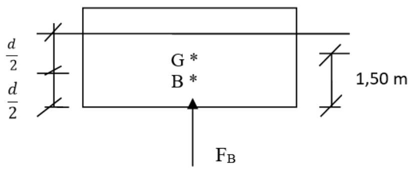
a. Tinggi metacentris bila ponton berada dalam keadaan kosong
b. Tinggi metacentris bila ponton berisi air setinggi 0,5m disetiap ruangannya.

Penyelesaian:

a). Berat ponton dalam keadaan kosong :

- Luas dinding & diafragma = 2.20.3 + 3.20.6 + 3.6.3 = 534 m^2
- Berat ponton = W_1 = 90. (534.0,006) = 288,36 kN

Letak titik G diukur dari alas = $\frac{1}{2}$ tinggi ponton = 1,50 m.



Gaya apung : $F_B = \gamma_{airlaut} . (20.6.d)$

= 10.20.6.d = 288,36

Kedalaman terendam = d = 0,24 m.

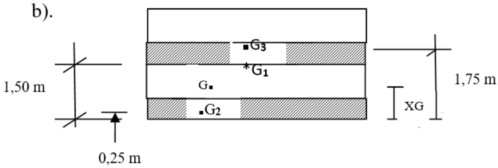
$$\rightarrow BG = 1,50 - \frac{0,24}{2} = 1,38 \text{ m.}$$

$$MG = \frac{\gamma . I}{W1} - BG$$

$$I = \frac{1}{12} . 20 . 6^3 = 360 \text{ m}^4$$

$$MG = \frac{10.360}{288,36} - 1,38 = \underline{11,10 \text{ m}}$$

b).



Tiap ruangan berisi air tertinggi 0,50 m.

Berat air di ruang bawah (2 ruangan) =

$$W_2 = 2 . \gamma_{air} . (10 . 6 . 0,5) = 2 . 9810.30 \text{ N} = 588,6 \text{ KN}$$

Berat air diruang atas (2 ruangan) :

$$W_3 = W_2 = 588,6 \text{ KN}$$

Letak titik G :

$$W_1 . 1,50 + W_2 . 0,25 + W_3 . 1,75 = (W_1 + W_2 + W_3) XG.$$

$$288,36 . 1,5 + 588,6 . 0,25 + 588,6 . 1,75 = 1465,56.XG$$

$$XG = 1,098 \text{ m.}$$

Gaya apung : $F_B = \gamma_{airlaut} . (20 . 6 . d)$

$$= 10 . 20 . 6 . d = 1465,56$$

$\rightarrow d = 1,22$ m.

$BG = 1,098 - \frac{1,32}{2} = 0,488$ m.

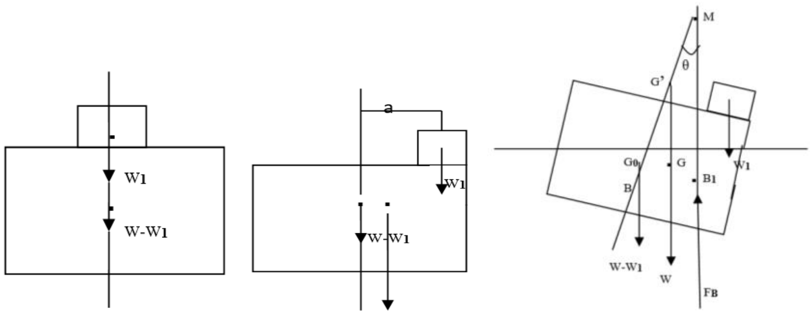
$MG = \frac{\gamma . I}{Wtst} - BG$

$= \frac{10.360}{1465,56} - 0,488 = 1,968$ m.

Soal-6

Sebuah kapal seberat W mula-mula berada dalam perisi tegak. Akibat pemindahan muatan dari bagian tengah kapal sebesar W_1 kesisi kapal sejauh a, maka kapal mengalami kemiringan sebesar θ^o . Berapa tinggi metacentris kapal tersebut ?

Penyelesaian :



Tinggi metacentris = MG' = MB – BG'

$MB = \frac{\gamma . I}{W}$

BG' = ? tergantung posisi B dan G'.

Posisi B → titik berat cairan yang dipindahkan oleh kapal dalam keadaan tegak.

$$(W - W_1).\ x = W_1.\ a$$

$$x = \frac{W1}{W - W1}\ .\ a$$

$G_0\ G' = \frac{x}{\sin\theta} = \frac{W1}{W - W1}\ .\ \frac{a}{\sin\theta}$; G_0 = titik berat benda mula-mula.

$$BG' = BG_0 + G_0G'$$

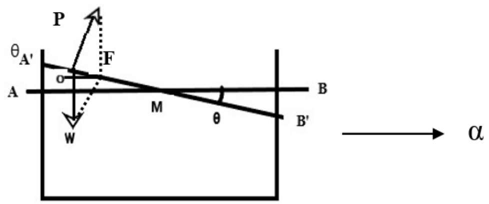
$$MG' = \frac{\gamma . I}{W} - (BG_0 + \frac{W1}{W - W1} . \frac{a}{\sin\theta})$$

BAB 6. KESEIMBANGAN RELATIF

- Dalam statika fluida, variasi tekanan mudah dihitung karena tegangan geser adalah nol. Untuk fluida bergerak sedemikian rupa sehingga tidak ada lapisan yang bergerak relatif terhadap lapisan yang bersebelahan, tegangan geser juga nol.
- Fluida dengan gerakan translasi pada kecepatan konstan masih mengikuti hukum variasi tekanan statik.
- Terdapat dua kasus yang manarik, yaitu percepatan linier yang seragam dan perputaran seragam terhadap sumbu vertikal. Dalam kedaan gerakan demikian, fluida dikatakan berada dalam keseimbangan relatif.

6.1 PERCEPATAN LINIER SERAGAM

- Suatu cairan didalam bejana yang terbuka diberi percepatan linier seragam ; setelah selang waktu tertentu, cairan tersebut akan menyesuaikkan diri dengan percepatan tersebut sehingga cairan bergerak seperti zat padat. Pada keadaan ini, kedudukan dari partikel-partikel cairan tidak berubah sehingga tidak terjadi tegangan geser.
- Percepatan linier seragam arah horizontal



Pada suatu saat dicapai keadaan dimana permukaan cairan AB menjadi A'B', dan keadaan ini berlangsung terus sehingga tidak terdapat tegangan geser. Partikel O berkehendak menuju ke bagian kanan dengan dengan adanya gaya P. P & W membentuk resultante F.

$\sum gaya\ vertikal = 0$

$$P \cos\theta = W \rightarrow P = \frac{W}{\cos\theta}$$

$P \sin\theta = F$

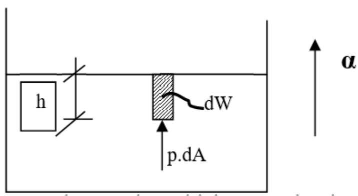
$$F = \frac{W}{\cos\theta} . \sin\theta = m.g.\tan\theta$$

$$F = m.\alpha. \rightarrow \alpha = g.\tan\theta$$

$$\alpha = g.\tan\theta$$

$$\tan\theta = \frac{\alpha}{g}.$$

- Percepatan linier seragam arah vertikal

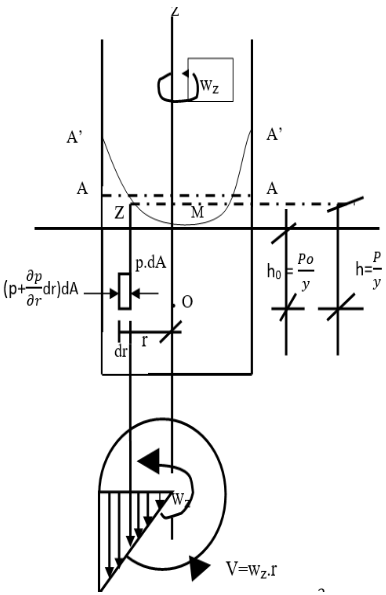


Permukaan cairan tidak mengalami perubahan seperti pada kasus α horizontal.

$$F = m.\alpha$$
$$p.dA - dW = m.\alpha$$
$$p.dA - \gamma.\ h\ .dA = \frac{\gamma.h\ .dA}{g}.\ \alpha$$
$$p = \gamma.\ h + \gamma.h.\ \frac{\alpha}{g} = \gamma.\ h\ (\ 1+ .\ \frac{\alpha}{g}\ )$$

$$\text{bila } \alpha \text{ kanan bawah} = p = \gamma.\ h.\ \ (\ 1- .\ \frac{\alpha}{g}\ )$$

6.2 PERPUTARAN SERAGAM TERHADAP SUMBU VERTIKAL



Permukaan cairan mula-mula AA mengalami perobakan sampai mencapai keseimbangan pada bentuk paraboloida A'MA'.

Tinjau elemen cairan pada kedalaman h, berjarak r dari sumbu putar , yang mempunyai ketebalan dr.

Gaya sentripital :

$$F = (p + . \frac{\partial p}{\partial r} . dr) dA – pdA$$

$$= \frac{\partial p}{\partial r} . dr.dA$$

Percepatan sentripetal = w_z^2 . r

$\longrightarrow$ F= (pdrdA). w_z^2 . r

$$\frac{\partial p}{\partial r} . dr.dA = \frac{\gamma}{g} dr. dA . w_z^2 . r$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\gamma}{g} w_z^2 . r$$

$$p = \frac{\gamma}{2g} w_z^2 . r^2 + C$$

Pada titik O ; ρ = 0

$$p= p_o$$

$$\rightarrow C = p_o$$

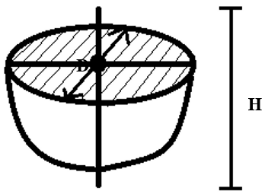
$$p = \frac{\gamma}{2g} w_z{}^2 \rho^2 + p_o$$

$$\frac{p-p_o}{\gamma} = \frac{w_z{}^2}{2g} \rho^2$$

$$h - h_o = \frac{w_z{}^2}{2g} \rho^2$$

$$z = \frac{w_z{}^2}{2g} \rho^2$$

Beberapa catatan :



Volume paraboloida tergambar :

$$V = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2}{4}.H\right)$$

Contoh soal:

<u>Soal-1</u>

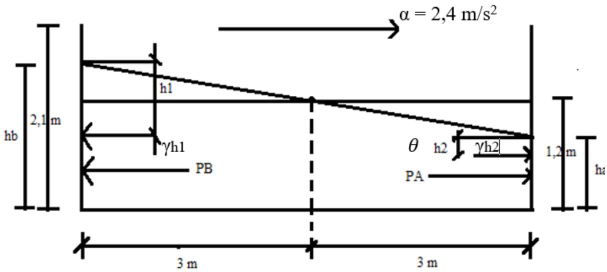
Sebuah tangki persegi panjang berukuran alas 6m x 3,6m mempunyai tinggi dinding 2,1 m. tangki diisi air dan di gerakan horizontal kearah memanjang tangki dengan percepatan seragam 2,4 m/s^2 bila tinggi air dalam tangki = 1,2m;

ditanyakan: a. Apa air dalam tangki tidak akan tumpah ?

b. Tekanan cairan pada dinding muka dan dinding belakang.

c. percepatan maksimum yang belum menyebabkan air tertumpah.

Penyelesaian:



tan θ = $\frac{\alpha}{g} = \frac{2,4}{9,81} = 0,24465$

ha = 1,2 – 3.tan θ = 0,466 m

hb = 1,2 + 3. tan θ= 1,934 m < 2,1 m → **AIR TIDAK TUMPAH**

Tekanan cairan pada dinding belakang :

p = $\gamma . h_1$

Gaya : PB = $\gamma . A . X_G = 9810.(1,934\ .3,6)\ \frac{1,934}{2}$ = 66047 N

Tekanan cairan pada dinding depan :

p = $\gamma . h_2$

Gaya : PA = $\gamma . A . X_G = 9810.(0,466.3,6)\frac{0,466}{2} = 3835\ N$

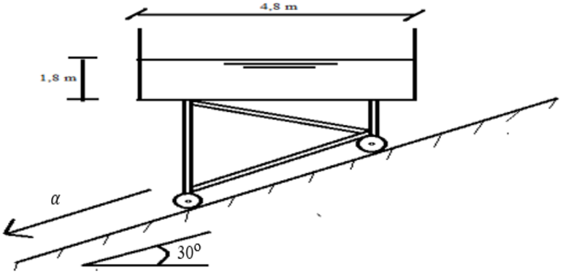
Air tidak tertumpah → $h_b \ \leq\ 2,1$ m.

h_b = 1,2 + 3. tan θ = 2,1 – 1,2 = 0,9

tan θ = 0,3 → α = g tan θ = 9,81 . 0,3 = 2,943 m/s^2

⇨ Percepatan harus ≤ 2,943 m/s^2 agar air tidak tumpah.

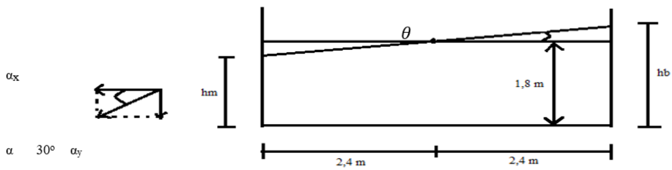
Soal-2



Sebuah tangki berukuran 4,8m x 4,8m berisi minyak (s = 0,8) sehingga 1,8m. tangki bergerak menuruni bidang (sudut kemiringan 30°) dengan percepatan 3,6 m/s^2. Ditanyakan :

a. Berapa intensitas tekanan maksimum pada dinding depan dan dinding belakang tangki ?
b. Berapa intensitas tekanan pada dasar tangki ?

Penyelesaian :



percepatan : α = 3,6 m/s^2

arah x → $\alpha_x = \alpha \cos 30^o = 3{,}118$ m/s^2

arah y → $\alpha_y = \alpha \sin 30^o = 1{,}8$ m/s^2

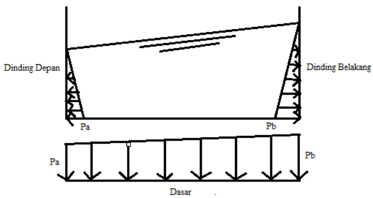
gerakan arah y :

percepatan : $\alpha_v = \alpha_{y+} g = 1,8 + 9,81 = 11,61 \text{ m/s}^2$

$$\tan \theta == \frac{\alpha x}{\alpha v} = \frac{3,118}{11,61} = 0,26856$$

$h_{m=} 1,8 - 2,4. \tan \theta = 1,16$ m

$h_{b=} 1,8 + 2,4. \tan \theta = 2,44$ m

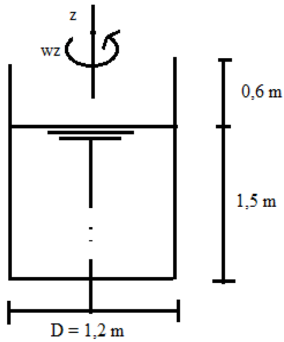


Intensitas Tekanan Maksimum:

$P_{a\,=}\, \gamma.\, h_m = 11379,6$ N/m^2

$P_{b\,=}\, \gamma.\, h_b = 23936,4$ N/m^2

Soal-3



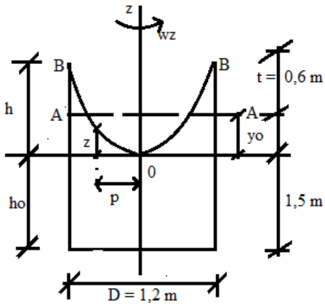
Sebuah tangki milinder yang tak tertutup berdiameter 1,2 m berisi air setinggi 1,5m. Tangki diputar dengan kecepatan sudut yang konstan terhadap sumbu putar y yang merupakan sumbu tangki.

Ditanyakan :

a. jika tangki mempunyai tinggi 2,1m ,berapa kecepatan sudut maksimum agar air tidak tumpah?

Jika kecepatan sudut wq = 5 rads/s, gambarkan distribusi tekanan pada dasar tangki

Penyelesaian :



a. Air mencapai titik atas tangki.

→ ruang kosong BOB = ruang kosong ABBA

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2}{4}.h\right) = \frac{\pi D^2}{4}.t$$

h = 2t =1,2 m

yo = h – t = 0,6 m

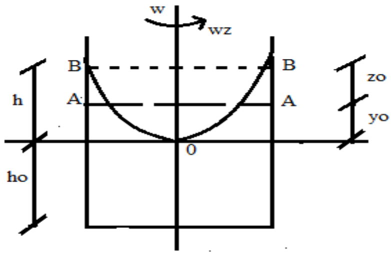
$$z = \frac{w_{z^2}}{2g}\rho^2$$

$$\rightarrow h = \frac{w_{z^2}}{2g}\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$wz^2 = \frac{2gh}{D^2/_4} = \frac{2\ .9{,}81\ .\ 1{,}2}{1{,}2^2/_4}$$

wz maksimum : wz = 8,087 rads/s

b.



Wz = 5 rads/s

h = $\frac{w_{z^2}}{2g}(\frac{D}{2})^2 = \frac{5^2}{2\,.9{,}81}\,0{,}6^2$ = 0,46 m.

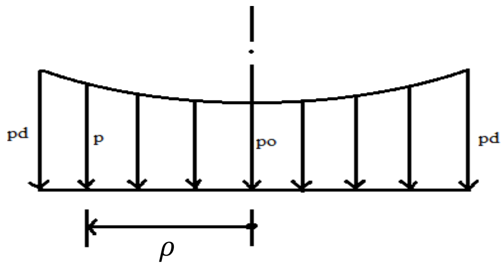
volume paraboloida BOB = volume silinder AABB

$\frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2}{4}h\right) = \frac{\pi D^2}{4}zo$

zo = $\frac{h}{2}$ = 0,23 m = yo

ho = 1,5 – yo = 1,27m → tinggi air di sumbu putar

ho + h = 1,27 + 0,46 = 1,73 m → tinggi air di dinding milinder



po = $\gamma\ ho$ = 12458,7 N/m^2

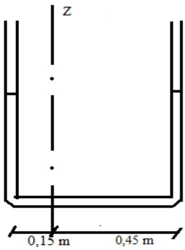
pd = $\gamma(ho + h)$ = 16971,3 N/m^2

p = $\gamma(ho + z)$

= $\gamma\left(ho + \frac{wz^2}{2g}\rho^2\right)$

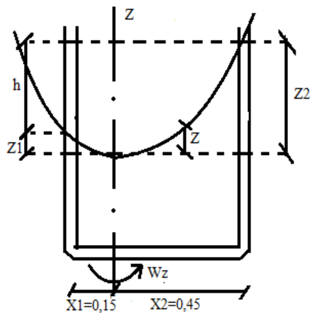
= 9810 (1,27 + $\frac{5^2}{2\,.9{,}81}\rho^2$) = 9810(1,27 + 1,278 ρ^2)

Soal-4



Sebuah tabung U berisi air, dengan jarak antara kakinya 60 cm, diputar pada sumbu yang berjarak 15 cm dari jarak suatu kakinya. Bila kecepatan putaran adalah konstan sebesar 100 rpm ; berapakah perbedaan elevasi kedua permukaan air di kaki tabung?

Penyelesaian :



Persamaan paraboloida :

$$Z = \frac{w_{z^2}}{2g}\rho^2$$

$$Wz = 100 \text{ rpm} = \frac{100}{60} \text{ rps}$$

$= = \frac{100}{60} . 2\pi \; rads/s$ = 10,47 rad/s

$Z_2 = \frac{w_{z^2}}{2g} {X_2}^2$; $Z_1 = \frac{w_{z^2}}{2g} {X_1}^2$

$h = Z_2 - Z_1 = \frac{w_{z^2}}{2g} \; ({X_2}^2 - {X_1}^2)$

$= \frac{10{,}47^2}{2 \; . \; 9{,}81} (0{,}45^2 - 0{,}15^2)$ = 1,01 m.

BAB 7. DASAR – DASAR ALIRAN FLUIDA

Statika fluida yang telah dibahas di bagian depan, hampir merupakan ilmu yang eksak. Sebaliknya sifat dasar aliran suatu fluida nyata adalah sangat rumit.

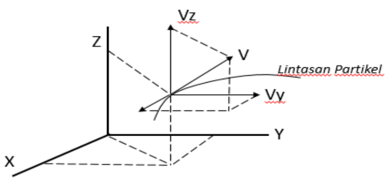
7.1 KECEPATAN PARTIKEL FLUIDA

Suatu partikel fluida bergerak dengan kecepatan V yang konstan akan mempunyai lintasan

S = V.t, dimana **t** adalah waktu yang digunakan untuk menepuh jarak **s** tersebut.

Tetapi kecepatan partikel fluida tidak konstan sehingga dinyatakan dengan :

$$V = \lim_{dt \to 0} \frac{ds}{dt}$$



V terdiri dari Vx, Vy, Vz.

V = $f(x, y, z, t)$

$$Vx = \lim_{dt \to 0} \frac{dx}{dt} \quad , \quad Vx = f1(x, y, z, t)$$

$$Vy = \lim_{dt \to 0} \frac{dy}{dt} \quad , \quad Vy = f2(x, y, z, t)$$

$$Vz = \lim_{dt \to 0} \frac{dz}{dt} \quad , \quad Vz = f3(x, y, z, t)$$

V = Vx ℓ + Vy j + Vz $\mathcal{K}$

Pers, medan kecepaan / medan arus

7.2 PERCEPATAN PARTIKEL FLUIDA

Percepatan partikel fluida pada suatu titik adalah :

$$a = \lim_{dt \to 0} \frac{dv}{dt}$$

a = f(x, y, z, t)

$$ax = \lim_{dt \to 0} \frac{dVx}{dt} \text{ , } ax = f1(x, y, z, t)$$

$$ay = \lim_{dt \to 0} \frac{dVy}{dt} \text{ , } ay = f2(x, y, z, t)$$

$$az = \lim_{dt \to 0} \frac{dVz}{dt} \text{ , } az = f3(x, y, z, t)$$

V = Vx ℓ + Vy j + Vz $\mathcal{K}$

Pers, medan percepatan

Vx = f(x, y, z, t).

$$\frac{dVx}{dt} = \frac{\partial Vx}{\partial} . \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Vy}{\partial} . \frac{dy}{dt} + \frac{\partial Vz}{\partial} . \frac{dz}{dt}$$

$$\lim_{dt \to 0} \frac{dVx}{dt} = \frac{\partial Vx}{\partial x} . \lim_{dt \to 0} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Vx}{\partial y} . \lim_{dt \to 0} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial Vx}{\partial z} . \lim_{dt \to 0} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial Vx}{\partial t}$$

$$ax = Vx . \frac{\partial Vx}{\partial x} + Vy . \frac{\partial Vx}{\partial y} + Vz . \frac{\partial Vx}{\partial z} + \frac{\partial Vx}{\partial t}$$

$$ay = Vx . \frac{\partial Vy}{\partial x} + Vy . \frac{\partial Vy}{\partial y} + Vz . \frac{\partial Vy}{\partial z} + \frac{\partial Vy}{\partial t}$$

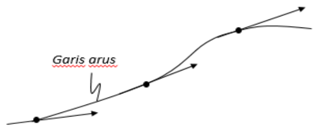
$$az = Vx . \frac{\partial Vz}{\partial x} + Vy . \frac{\partial Vz}{\partial y} + Vz . \frac{\partial Vz}{\partial z} + \frac{\partial Vz}{\partial t}$$

7.3 POLA ALIRAN

Ada empat tipe dasar pola garis yang dipakai untuk menggambarkan aliran :

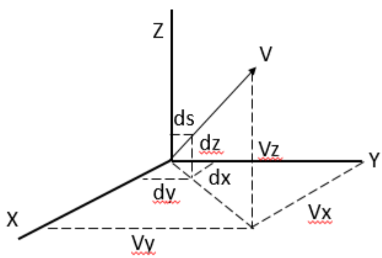
- Garis arus (= garis alir = stream line)

  Adalah garis yang dimana – mana menyinggung vector kecepatan pada suatu saat tertentu



- Garis lintas, adalah lintasan sesungguhnya yang ditempuh partikel fluida tertentu.
- Garis alur, adalah tempat kedudukan partikel – partikel yang sebelumnya telah melalui suatu titik yang telah ditetapkan .
- Garis waktu, adalah himpunan partikel fluida yang pada suatu saat tertentu membentuk garis.

Garis arus mudah ditentukan secara matematis, sedangkan ketiga garis lainnya lebih mudah ditimbulkan melalui percobaan. Dalam aliran langgeng (steady), garis arus identik dengan garis lintas, dan garis alur. Garis arus dapat ditentukan dari medan kecepatan dengan hubungan geometric sebagai berikut:

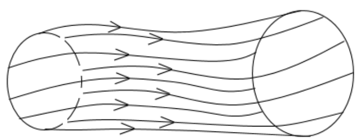


$$\frac{dx}{Vx} = \frac{dy}{Vy} = \frac{dz}{Vz} = \frac{ds}{V}$$

- Tabung arus (stream tube)

  Adalah tabung imajiner yang dibentuk oleh kelompok garis arus, yang tertutup.

  Tidak ada gesekan yang menembus



7.4 CIRI – CIRI ALIRAN

- Ciri – ciri aliran tergantung, pada tipe alirannya. Banyak tipe aliran fluida yang hanya dapat dipelajari aspek alirannya melalui percobaan. Hal ini disebabkan oleh rumitnya permasalahan aliran fluida tersebut.
- Kalsifikasi aliran fluida dapat dikelompokkan menurut jenis fluida, ragam aliran, ataupun kawasan aliran.

a) Klasifikasi aliran menurut jenis fluida yang mengalir :
   - Aliran satu jenis – satu wujud
     Misalnya : aliran air, aliran minyak, dan aliran gas
   - Aliran satu jenis – dua wujud
     Misalnya : aliran campuran air dengan uap air
   - Aliran dua jenis – dua wujud
     Misalnya : aliran campuran air dan minyak aliran campuran air dengan udara (kadang – kadang ditemui aliran campuran fluida dan zat padat)

b) Klasifikasi menurut ragam aliran :
   - Aliran langgeng (steady) dan tak langgeng (unsteady)
   - Aliran berlapis (laminar) dan bergolak (turbulead)
   - Aliran kental (viseous) dan tak kental (non – viseous)
   - Aliran mampat (compressidle) dan tak mampu mampat (incompresibble)
   - Aliran berrotasi (rotational) dan tak berrotasi (irrotational)
   - Aliran seragam (uniform) dan tak seragam (non – uniform)
   - Aliran kritis (eritical) , sub- kritis (suberitical), dan superkritis (supereritical)
   - Aliran satu dimensi, dua dimensi, dan tiga dimensi

c) Klasifikasi menuut kawasan aliran
   - Aliran luar (external flow)

Misalnya : aliran disekitar sayap pesawat, aliran disekitar pilar jembatan

- Aliran dalam (internal flow)
  Misalnya : aliran melalui pipa, aliran saluran terbuka, aliran air dalam tanah

Beberapa pengertian tentang jenis aliran :

- Aliran langgeng (steady flow)
  Adalah aliran dengan karakteristik fluida dititik manapun tidak berubah dalam suatu internal waktu.
  $$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 , \frac{\partial p}{\partial t} = 0 , \frac{\partial V}{\partial t} = 0 , \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$
- Aliran tak – langgeng (unsteady flow)
  Adalah aliran dengan karekteristik fluida mengalami perubahan dalam suatu interval waktu.
  Misalnya : $\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0$
- Aliran berlapis
  Adalah aliran dengan partikel – partikel fluida bergerak sepanjang lintasan – lintasan yang halus, linear dan mulus (suatu lapisan meluncur secara mulus terhadap lapisan disebelahnya). Dalam aliran ini berlaku hukum kekentalan newton : $\mathscr{L}=\mu . \frac{dV}{dy}$
- Aliran turbulen
  Adalah aliran dengan partikel –partikel fluida bergerak dalam lintasan – lintasan yang rapat tidak teratur.
  Dalam aliran turbulen berlaku :
  $$\mathscr{L}=\eta . \frac{dV}{dy}$$
  Dimana : - η mencakup bukan sifat fluida saja, melainkan tergantung pada
  gerakan dan kecepatan fluida
  . - η disebut viskositas putar (eddy viscosity)

- Aliran seragam (uniform flow)
  Adalah aliran dengan karakteristik fluida tidak berubah sepanjang suatu lintasan tertentu.
  $$\frac{\partial p}{\partial s} = 0, \frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

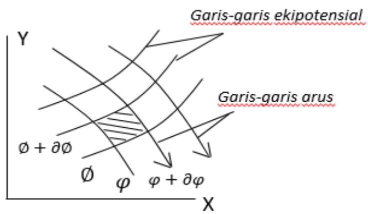
- Aliran tidak seragam (non – uniform flow)
  Adalah aliran dengan karakteristik fluida mengalami perubahan dalam suatu lintasan tertentu.
  $$\frac{\partial V}{\partial s} \neq 0$$
- Aliran berrotasi (rotational flow) atau aliran vorteks.
  Adalah aliran dengan partikel – partikel borrotasi seputar, suatu sumbuh.
- Aliran tak – berrotasi (inrotational flow)
  Adalah aliran dengan partikel – partikel fluida tidak mempunyai berrotasi
- Aliran satu dimensi (one dimensional flow)
  Adalah aliran dimana variasi atau perubahan kecepatan, tekanan, dan sebagainya dalam arah tegak lurus terhadap arah aliran utama diabaikan.
  Contoh : aliran melalui pipa,

- Aliran dua dimensi
  Adalah aliran yang diasumsikan mengalir didalam bidang – bidang datar yang sejajar, sehingga tidak terdapat perubah analiran dalam arah tegak lurus terhadap bidang – bidan tersebut.
  Contoh : aliran di muarah sungai yang melebar
- Aliran tiga dimensi
  Adalah aliran yang paling sering
  $$V = f(x, y, z, t)$$
  $V = f(x, y, z)$ jika alirannya langgeng

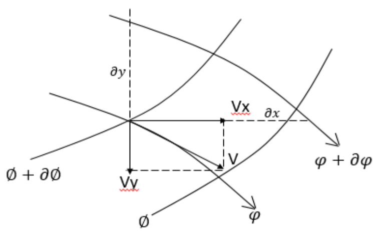
7.5 JARINGAN ALIRAN (FLOW NET)

Jaringan aliran adalah gambar garis – garis arus yang saling tegak lurus dengan garis – garis ekipotensial,

- Garis arus
  Selain didefinisikan sebagai tangen dari kecepatan, juga merupakan garis lengkung yang melalui titik – titik yang mempunyai stream – fuetion (Ψ)yang sama



- Garis ekipotensial.
  Adalah garis yang menghubungkan titik – titik dengan potensial kecepatan yang sama,



- Banyaknya aliran yang bergerak antara kedua garis arus

  $(\Psi + \partial\Psi) - \Psi = \partial\Psi$

  $\partial\Psi = Vx\,.\,\partial y = -Vy\,.\,\partial x$

  $$\Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{Vy}{Vx}\,.\,(kemiringan\ garis\ arus)$$

- Velocity polential (ϕ) adalah fungsi scalar dari ruang (jarak) dan waktu. jikaϕ ditemukan negative terhadap arah tertentu, maka akan menghasilkan kecepatan pada arah tersebut.

$$Vx = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad Vy = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{Vx}{Vy}\,. \ (kemiringan\ garis\ ekipotensial)$$

  - Jaring aliran :

    Garis arus tegak lurus garis ekipotensial

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) g\ arus\ \ x\ \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\ g\ ekipot = -1$$

$$\left(-\frac{Vy}{Vx}\right)\ .\ \left(\frac{Vx}{Vy}\right) = -1$$

7.6 DEBIT ALIRAN

Debit aliran adalah volume fluida yang melewati suatu penampang per satuan waktu

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{A\,.s}{t} = A\,.V$$

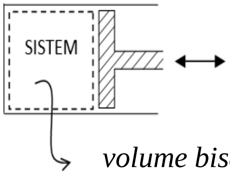
V = volume A = luas penampang

t = waktu v =kecepatan rata –rata

7.7 SISTEM DAN RUANG TILIK

Hukum-hukum yang berlaku untuk fluida mengalir dapat diterapkan terhadap dua keadaan :

a) Hukum diterapkan pada sejumlah zat yang disebut SISTEM.



SISTEM : dapat berubah bentuk dapat berubah tempat

volume bisa berubah

tetapi fluida tetap sama

b) Hukum diterapkan pada ruang yang disebut RUANG TILIK.

Permukaan Tilik

RUANG TILIK : bentuk tetap

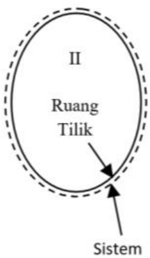
tempat tetap

volume tetap

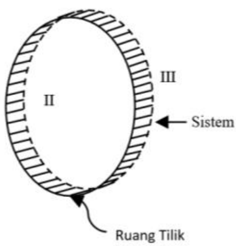
tetapi identitas zat dan jumlah massa bisa berubah

Hubungan Sistem dan Ruang Tilik

Waktu t



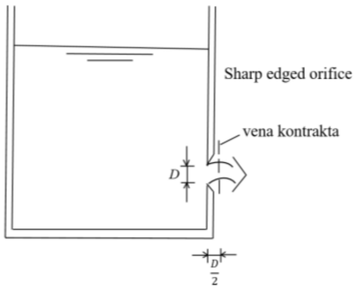
waktu $t + \Delta t$

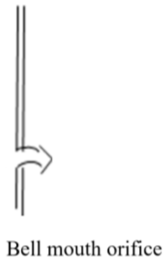


BAB 8. ALIRAN MELALUI ORIFICE, MOUTHPIECE, NOTCH, DAN WEIR

8.1 ALIRAN MELALUI ORIPICE

Orifice adalah sebuah bagian yang terbuka (lobang) yang terdapat pada tangki/reservois darimana aliran keluar tangki terjadi.

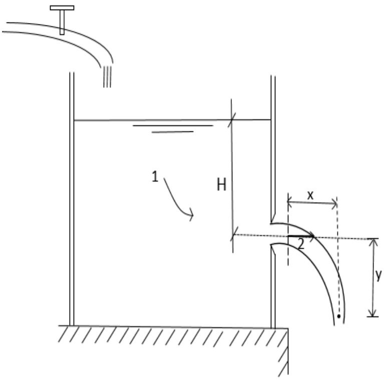




Tipe orifice :

- Menurut ukuran : - orifice kecil
  - orifice besar
- Menurut bentuk : - orifice bundar
  - orifice persegi panjang
  - orifice segitiga
  - orifice trapesium
- Menurut bentuk ujung/pinggiran orifice: - sharp edge orifice
  - bell mouthed orifice
- Menurut kondisi aliran :
  - orifice dengan aliran bebas
  - orifice tenggelam: *tenggelam sebagian
    *tenggelam seluruhnya

Tinjau aliran langgeng melalui orifice :



Tinggi air didalam tangki : konstan

$$x = V.t \rightarrow t = \frac{x}{V}$$

$$y = \frac{x}{y} g t^2 = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V^2}$$

$$V = \sqrt{\frac{g x^2}{2y}}$$

Persamaan Bermoulli 1 – 2 :

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{{V_1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{{V_2}^2}{2g}$$

p_2 = 0 (di udara bebas)

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 - z_2 = H$$

$$=> \frac{{V_1}^2}{2g} - \frac{{V_2}^2}{2g} = H$$

$V_2 = V$; $V.a_c = V_1.A$; $a_c =$ luas penampang pada vena kontrakta

$V_1 = \left(\frac{a_c}{A}\right) V$

$V =$ kecepatan rata-rata pada vena kontrakta

$A =$ luas reservois/tangki

$V_1 =$ kecepatan rata-rata aliran didalam tangki

$$=> \frac{V^2}{2g}\left(1 - \frac{{a_c}^2}{A^2}\right) = H$$

$$karena\ a_c \ll A \rightarrow \frac{{a_c}^2}{A^2} \approx 0$$

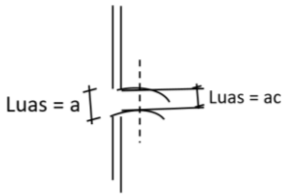
$$\frac{V^2}{2g} = H \rightarrow V_{th} = \sqrt{2gH}\ ; V_{th} = V_{theoritis}$$

$V = C_v \sqrt{2gH}$; $C_v =$ koefisien kecepatan aliran melalui orifice

$=> C_v \sqrt{2gH} = \sqrt{\frac{g.x^2}{2.y}}$

$C_v = \sqrt{\frac{g.x^2/_{2.y}}{agH}} = \frac{x}{2\sqrt{H.y}}$ (Nilai $C_v = 0{,}95 \sim 0{,}99$)

$a_c = a\,; a = luas\ orifice$



$a_c = Cc\,.\,a\,; Cc = koefisien\ kontraksi$

$C_c = \frac{a_c}{a}$ $(Nilai\ Cc = 0{,}61 \sim 0{,}69$

$(Untuk\ bellmouthedorifice:\ Cc \approx 1{,}0$

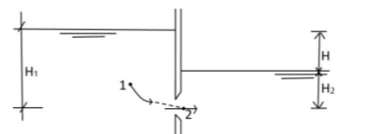
Debit :

$Q = V.a_c = C_v.C_c.\,a\sqrt{2gH} = C_d.\,a\sqrt{2gH}$; *C_d = koefisien debit*

= koefisien aliran

(Nilai C_d = 0,61 ~ 0,65

- Aliran melalui orifice tenggelam :



Persamaan Bermoulli :

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{{V_1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{{V_2}^2}{2g}$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = H$$

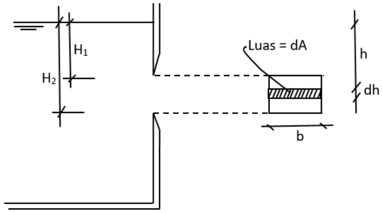
$$\frac{{V_2}^2}{2g}\left(1 - \frac{{V_1}^2}{{V_2}^2}\right) = H$$

$a_2 << A1$

$V_1 << V_2 \rightarrow \frac{{V_1}^2}{{V_2}^2} \approx 0$

$V_2 = \sqrt{2gH} \rightarrow V_2 = C_v \sqrt{2gH} \rightarrow Q = V_2 \cdot a_2 \rightarrow Q = C_d \cdot a\sqrt{2gH}$

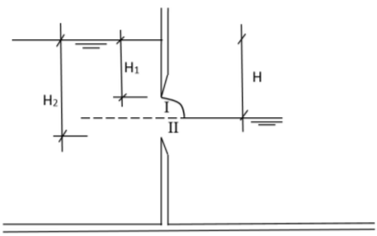
- Orifice besar :



  - Debit melalui luas dA : dQ = $C_v \cdot (b.dh)\sqrt{2gH}$
  - Debit melalui orifice besar : $Q = \int_{H1}^{H2} Cd \cdot b\sqrt{2gH}\ dh$

$$= \frac{2}{3} Cd \cdot b\sqrt{2g}\ \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right)$$

- Orifice terbenam sebagian :



Q_1 = debit aliran melalui bagian yang alirannya bebas

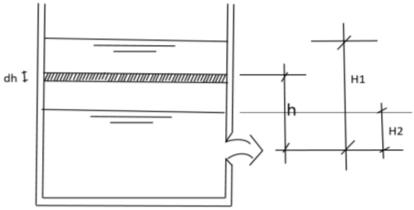
Q_2 = debit aliran melalui bagian yang alirannya tenggelam

$Q = Q_1 + Q_2$

$Q_1 = \frac{2}{3} Cd_1 \cdot b\sqrt{2g}\ \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right)$

$Q_2 = Cd_2 \cdot b(H_2 - H)\sqrt{2gH}$

- Aliran tak-langgeng melalui orifice :



A = luas tangki
a = luas orifice
H_1 = tinggi cairan mula-mula

- Aliran tak-langgeng disebabkan oleh H_1 yang mengalami perubahan dari waktu ke waktu.

  H_1 sesudah → V berubah → Q berubah
- Misalkan pada suatu saat diketinggian cairan ada h

  $$Q = C_d \,.\, a\sqrt{2gH}$$

  Dalam waktu dt, volume cairan yang keluar dari orifice

  $$V = Q.dt = Cd\,.\,a\sqrt{2gH}\,.dt$$

  Dalam waktu dt tersebut, volume cairan didalam tangki berubah sebesar (-A.dh)

  < tanda – menunjukan volume tangki berkurang >

  => $Cd\,.\,a\sqrt{2gH}\,.\,dt$ = -A.dh

  $$dt = -\frac{A}{Cd\,.a\sqrt{2gH}}\cdot\frac{dh}{\sqrt{h}}$$
- Jika permukaan cairan akan turun dari H_1 ke H_2 ;
  Dibutuhkan waktu :

  $$t = \frac{A}{Cd\,.a\sqrt{2gH}}\int_{H1}^{H2}\frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{A}{Cd\,.a\sqrt{2g}}\left(H_1^{1/2} - H_2^{1/2}\right)$$

8.2 ALIRAN MELALUI MOUTHPIECE

Mouthpiece adalah suatu tabung pendek yang dipasang pada orifice.

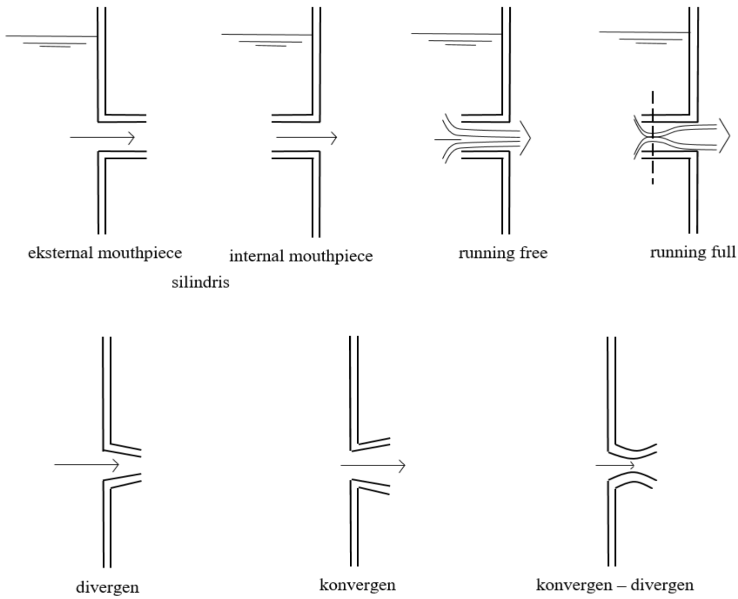
Panjang tabung biasanya 2 sampai 3 kali diameter orifice.

Tipe mouthpiece :

- Menurut letaknya : - internal mouthpiece (Borda's Mouthpiece)
  - external mouthpiece
- Menurut bentuknya : - mouthpiece silindris

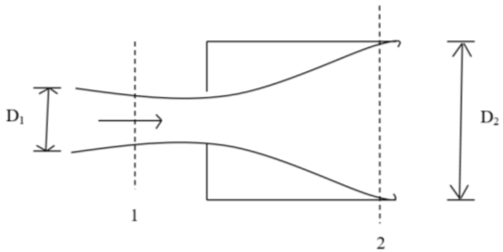
- mouthpiece konvergen
- mouthpiece divergen
- mouthpiece konvergen – divergen

- Menurut alirannya : - mouthpiece, running full
  - mouthpiece, running fice



Pembahasan tentang mouthpiece banyak menyangkut kehilangan energi pada mouthpiece itu sendiri, sehingga perlu pembahasan tentang kehilangan-kehilangan energi.

- Kehilangan energi akibat perobahan tiba-tiba dari kecepatan :
  a) Kehilangan energi akibat pembesaran pipa secara tiba-tiba



Persamaan Kontinuitas

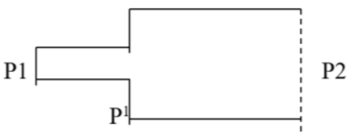
$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$

$V_2 = \frac{A1}{A2} \cdot V_1 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \cdot V^1$

Persamaan Energi : $\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{{V_1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{{V_2}^2}{2g} + hl$

$z_1 = z_2 \qquad hl = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g}\left(1 - \frac{{v_2}^2}{{v_1}^2}\right)$

Persamaan Momentum :



$p_1 A_1 + p^1(A_2 - A_1) - p_2 A_2$

$= pQV^2 - pQV_1$

dari $\rightarrow p^1 = p_1$

$p_1 . A_2 - p_2 . A_2 = pQ\ (V_2 - V_1)$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_2}{g}(V_2 - V_1)$$

$$= hl = \frac{V_2}{g}(\ _2 - V_1) + \frac{{V_1}^2}{2g}\left(1 - \frac{{V_2}^2}{{V_1}^2}\right)$$

$$= \frac{V_1}{\vartheta} \cdot \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{A_1}{A_2} V_1 - V_1\right) + \frac{{V_1}^2}{2g}\left(1 - \frac{{A_1}^2}{{A_2}^2}\right)$$

$$= \frac{{V_1}^2}{2g}\left(2\ \frac{{A_1}^2}{{A_2}^2} - 2\frac{A_1}{A_2} + 1 - \frac{{A_1}^2}{{A_2}^2}\right)$$

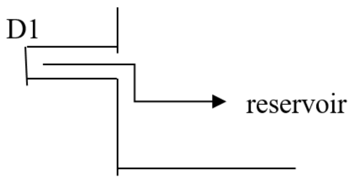
$$= \frac{{V_1}^2}{2g}\left(1 - 2\frac{A_1}{A_2} + \frac{{A_1}^2}{{A_2}^2}\right.$$

$$= \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \frac{1}{2g} (V_1 - V_2)^2$$

$$= \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right)^2 \rightarrow hl = K. \frac{V_1^2}{2g}$$

$$K = \left[1 - \left(\frac{D^1}{D^2} \right)^2 \right]^2$$

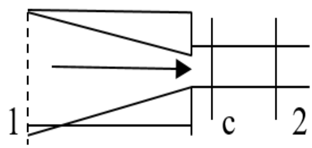
Jika $D_2 >> D_1$ ($_2$ → reservoir)



$\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \approx 0 \rightarrow K \approx 1$

$hl = \frac{V_1^2}{2g}$

b) Kehilangan energi akibat kontraksi tiba-tiba



seperti pada pipa secara tiba-tiba

$hl = \frac{1}{2g} (v_C - v_2)^2$

$V_C - A_C = V_2 . A_2$

$V_C = \frac{A2}{Ac} . V_2$ $\frac{Ac}{A_2}$ = Cc (koefisien kontraksi)

$V_C = \frac{1}{Cc} . V_2$

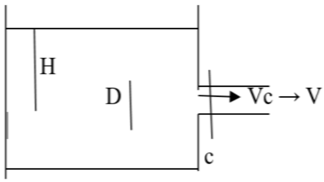
$= h_l = \frac{V_2^2}{2g} \left(\frac{1}{Cc} - 1 \right)^2 \rightarrow h_l = K. \frac{V_2^2}{2g}$

Tabel nilai K :

D_C/D_y	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
K	0,50	0,45	0,38	0,28	0,14	0

*Dalam banyak hal/literature, nilai K biasa diambil 0,50.

- Eztomal



hl = kehilangan energy akibat kontraksi tiba-tiba dan gesekan dengan dinding mouthpiece

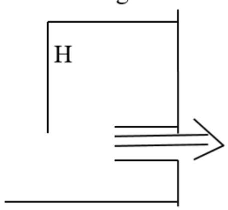
$Q = Cd\ .\ a\sqrt{2gH}$

Tabel nilai Cd :

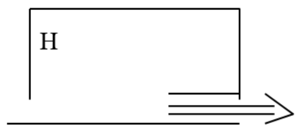
L/D	50	25	10	5	3	< 3
Cd	0,64	0,71	0,77	0,79	0,813	0,82

- Borde's mouthpiece (internal mouthpiece)

Running free



Running fell

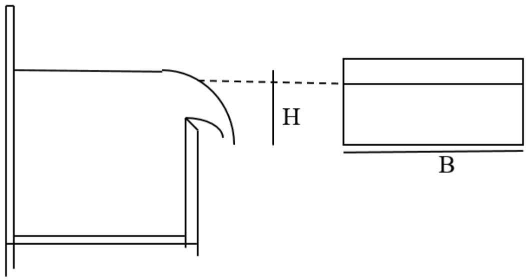


$Q = 0{,}52.\, a\sqrt{2gH}$

$Q = 0{,}707.\, a\sqrt{2gH}$

8.3 ALIRAN MELALUI NOTCH

Notch adalah suatu bagian terbuka dinding dimana tinggi permukaan cairan tidak melampaui tepi dan bagian terbuka tersebut.



Tipe-tipe Notch (menurut bentuknya)

- Rectangular notch
- Triangular notch
- Trapezoidal notch
- Stepped notch
- Rectangular notch

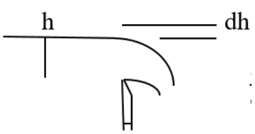
- Rectangular notch

  Aliran melalui luas dA : $dQ = b.dh.\sqrt{2gh}$

  Aliran total melalui notch :

$$Qth = \int_0^H b.\sqrt{2gh.dh}$$
$$= \frac{2}{3}\,\mathrm{b}.\sqrt{2g}\ .\ H^{3/2}$$
$$Q\ \ = \frac{2}{3}\ Cd\ .\ b\sqrt{2g}\ .\ H^{3/2}$$

Kesalahan pengukuran



$$Q = \frac{2}{3}\,Cd.\,b\sqrt{2g}\ .\ H^{3/2}$$

$$\frac{dQ}{dH} = \frac{3}{2}\ K.\,H^{1/2}$$

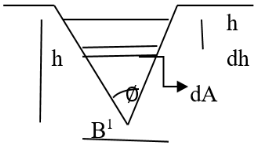
$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dQ}{dH} \cdot \frac{dH}{Q} = \frac{3}{2} K. H^{1/2} . \frac{dH}{K.H^{1/2}} = \frac{3}{2} . \frac{dH}{H}$$

→ Kesalahan debit akibat kesalahan pengukuran H adalah :

$\frac{dQ}{Q} = \frac{3}{2} . \frac{dH}{H}$ → dH = kesalahan pengukuran tinggi H

dQ = kesalahan pengukuran debit Q

- Triangular Notch



Aliran melalui luas dA : $dQ = b^1 . dh . \sqrt{2gh}$

Aliran melalui notch :

$$Qth = \int_0^H b^1 . dh . \sqrt{2gh}$$

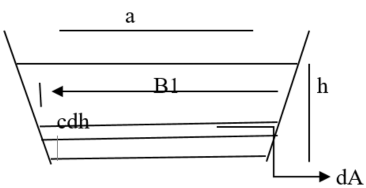
$$b^1 = 2(H - h) \tan \frac{\emptyset}{2}$$

$$Qth = \int_0^H 2. \tan \frac{\emptyset}{2} (H - h) \sqrt{2gh} . dh$$

$$= \frac{8}{15} \sqrt{2gh} . \tan \frac{\emptyset}{2} . H^{5/2}$$

$$Q = \frac{8}{15} . Cd . \sqrt{2gh} . \tan \frac{8}{2} . H^{5/2}$$

- Trapezoidal Notch



Aliran melalui luas A :

$$dQ = b^1 dh \sqrt{2gh}$$

$$b^1 = b + 2(H - h) \tan \frac{\emptyset}{2}$$

Aliran melalui notch :

$$Qth = \int_0^H b^1 \sqrt{2gh}\, dh$$

$$= \int_0^H b\sqrt{2gh}\; dh + \int_0^H 2\tan\frac{\emptyset}{2}\,(H-h)\sqrt{2gh}\, dh$$

$$= \frac{2}{3}\, b\sqrt{2gh}\, dh + \frac{8}{15}\sqrt{2g}\tan\frac{\emptyset}{2}\, H^{5/2}$$

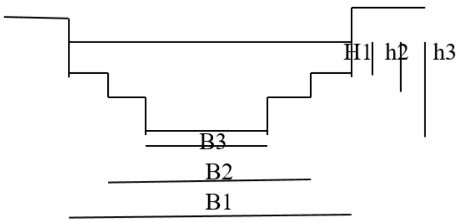
$$\tan\frac{\emptyset}{2} = \frac{a-b}{2H}$$

$$Qth = \frac{2}{3} b\sqrt{2g}.H^{3/2} + \frac{4}{15}\sqrt{2g}(a-b)H^{3/2}$$

$$= \frac{2}{15}(2a+3b)\sqrt{2g}.H^{3/2}$$

$$Q = \frac{2}{15} Cd(2a+3b)\sqrt{2g}.H^{3/2}$$

- Stepped Notch



$$Q = Q1 + Q2 + Q3$$

$$= \frac{2}{3} Cd.\sqrt{2g}\left\{\left(b_1 H_1^{\frac{3}{2}}\right) + \left(b_2.H_2^{\frac{3}{2}} - b_2.H_1^{\frac{3}{2}}\right) + \left(b_3.H_3^{\frac{3}{2}} - b_3.H_2^{\frac{3}{2}}\right)\right\}$$

$$= \frac{2}{3} Cd.\sqrt{2g}\left\{(b_1-b_2)H_1^{\frac{3}{2}} + (b_2-b_3)H_2^{\frac{3}{2}} + b_3.H_3^{\frac{3}{2}}\right\}$$

8.4 ALIRAN MELALUI WEIR

Weir adalah suatu struktur (beton, pasangan batu, baja, dsb) yang dibangun pada suatu saluran atau sungai untuk menaikkan muka air sekaligus bisa sebagai bangunan pengukur debit aliran. Pada prinsipnya, weir sama dengan notch dimana notch berukuran kecil dan dibuat dari pelat baja.

Tipe-tipe weir :

- Menurut bentuk :
  - Weir pesegi panjang
  - Weir segitiga, Thomson weir
  - Weir trapezium, Cippoletti weir
- Menurut keadaan aliran :
  - Weir dengan aliran bebas (ordinary weir)
  - Weir dengan aliran tenggelam (submerged weir)
- Menurut bentuk ambang/puncak :
  - Sharp erested weir
  - Narroad erested weir
  - Broad erested weir
  - Long erested weir
  - Ogii shaped weir
- Menurut efek kontraksi
  - Contracted weir
  - Suppressed weir

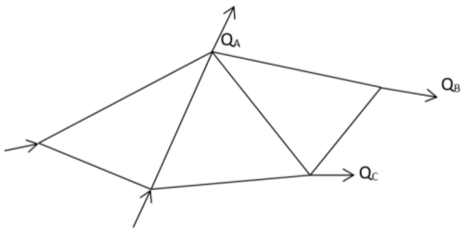
BAB 9. JARINGAN PIPA

Jaringan supply air untuk kota,cenderung mempunyai jumlah cabang yang sangat banyak yang dipasang dengan jarak tertentu disesuaikan keadaan kota tersebut. Jaringan pipa setidaknya harus dirancang agar apabila ada gangguan pada suuatu jalur tertentu, maka supply air bisa diperoleh dari jalur lainnya. Idealnya air harus mengalir dalam setiap ruas pipa agar dimungkinkan air mencapai suatu titik melalui berbagai jalan yang berbeda.

Rencana sistem distribusi air didasarkan pada dua factor, yaitu :

a). kebutuhan air

b).jaringan harus mampu menahan tekanan air



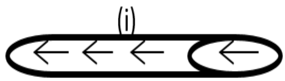
* Q_A, Q_B, $Q_C \rightarrow$ kebutuhan air pada kawasan layanan

*setiap pada jaringan harus mampu menahan tekanan air didalam pipa tersebut, untuk berbagai kemungkinan terjebak akibat kerusakan pada beberapa ruas jaringan pipa.

Untuk dapat melakukan perencanaan yang baik, perlu dilakukan simulasi dalam berbagai kemungkinan kerusakan jaringan pipa, dan hal tersebut hanya dimungkinkan dilakukan dengan simulasi pada komputer.

9.1 ALIRAN LAMINAR DALAM JARINGAN PIPA

Tinjau dalam pipa :



pipa (i) dengan simpul j dan k.

Debit pipa : $Q_i = \frac{\gamma \pi D i^4}{128 \mu L_i} . h_{fi} \Longrightarrow Q_i = k_{i.}.h_{fi}$

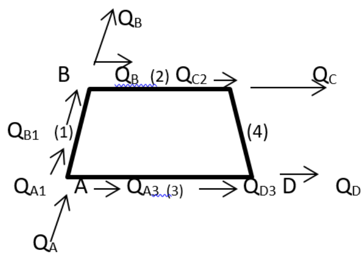
Debit pipa Q_i bisa dinyatakan dalam debit simpul Q_j dan $Q_{k.}$

$Q_j = + Q_i = k_i(h_j - h_k)$

$Q_{k.} = - Q_i = -k_i(h_j - h_k)$ tanda + → Q meninggalkan simpul

- → Q menuju simpul

Tinjau jaringan pipa :



$Q_{A1} = k_1(h_A - h_B)$

$Q_{A3} = K_3 (h_A - h_D)$

$\longrightarrow (k_1 + K_3) h_A - k_{1.} h_B - K_3 . h_D = Q_{A1} + Q_{A3}$

$Q_{B1} = - k_1 (h_A - h_B)$

$Q_{B2} = k_2 (h_A - h_D)$

$\longrightarrow - k_{1.}.h_A + (k_1 + K_2) h_B - k_2 . h_C = Q_{B1} + Q_{B2}$

$Q_{C2} = - k_2 (h_B - h_C)$

$Q_{C4} = k_4 (h_B - h_C)$

$- k_2 \cdot h_B + (k_2 + K_4)\, h_C - K_4 \cdot h_D = Q_{C2} + Q_{C4}$

$Q_{D3} = - K_3\, (h_A - h_D)$

$Q_{D4} = - K_4\, (h_C - h_D)$

$- K_3 \cdot h_A - K_4 \cdot h_C + (K_3 + k_4)\, h_D = Q_{D3} + Q_{D4}$

$Q_{A1} + Q_{A3} = Q_A$

$\left.\begin{array}{l} Q_{B1} = - \\ Q_{B2} = + \end{array}\right\} \quad Q_{B1} + Q_{B2} = - Q_B$

$\left.\begin{array}{l} Q_{c1} = - \\ Q_{c2} = + \end{array}\right\} \quad Q_{c1} + Q_{c2} = - Q_c$

$\left.\begin{array}{l} Q_{d3} = - \\ Q_{d4} = - \end{array}\right\} \quad Q_{d3} + Q_{d4} = - Q_d$

$\longrightarrow$ Q_A = + (masuk jaringan)

$\longrightarrow$ Q_B, Q_C, Q_D, = - (keluar jaringan)

Persamaan-persamaan disusun dalam bentuk matriks :

$$\begin{pmatrix} k1+k3 & -k1 & 0 & -k3 \\ -k3 & k1+k2 & -k2 & 0 \\ 0 & -k2 & k2+k4 & -k4 \\ -k3 & k2 & -k4 & k3+k4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} hA \\ hB \\ hC \\ hD \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} QA \\ QB \\ QC \\ QD \end{pmatrix}$$

$\longrightarrow$ [K]{h} ={Q}

Catatan : tanda untuk Q adalah {+} bila memasuki jaringan,dan {-} bila meninggalkan jaringan.

Dengan memasukan syarat batas :

Misalnya air dipompakan kejaringan A dengan head =80m.

$\longrightarrow$ Subtitusi ke pers.matriks :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k1 & k1+k2 & -k2 & 0 \\ 0 & -k2 & k2+k4 & -k4 \\ -k3 & 0 & -k4 & k3+k4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} hA \\ hB \\ hC \\ hD \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 80 \\ QB \\ QC \\ QD \end{Bmatrix}$$

Untuk menjaga agar matriks "kekakuan" [k] tetap simetris :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k1+k2 & -k2 & 0 \\ 0 & -k2 & k2+k4 & -k4 \\ 0 & 0 & -k4 & k3+k4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} hA \\ hB \\ hC \\ hD \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 80 \\ QB+80.k1 \\ QC \\ QD+80.k3 \end{Bmatrix}$$

Hasil $\longrightarrow$ $h_A, h_B, h_C, h_D.$

$Q_1 = K_1(h_A - h_B)$

$Q_2 = K_2(h_B - h_C)$

$Q_3 = K_3(h_A - h_D)$

$Q_4 = K_4(h_C - h_D)$

9.2 ALIRAN TURBULEN DALAM JARINGAN PIPA

Kehilangan energy aliran terbuka :

$hf = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ (rumus darcy-weisbach)

$hf = \frac{10{,}675.L.Q^{1{,}852}}{C_1^{1{,}852}.D^{4{,}8704}}$ (rumus hazen-williams)

Debit aliran : Q= V.A

Dengan rumus darcy-weishbach : $Q = (\frac{\pi^2 g.D^5 hf}{8.f.L})\text{^}1/2$ atau Q = K.hf

Dimana $K = \left(\frac{\pi^{2\cdot} g.D^5}{8.f.L}\right)^{1/2}$

Dengan rumus hazen wiliiams :

$Q = 0{,}2784.C_{1.}D^{2{,}63}.S^{0{,}54}$ atau Q = k.hf

Dimana :

$K = 0{,}2784.C_1.L^{-0{,}54}.D^{2{,}63}hf^{-0{,}46}$

Persamaan matriks :

[K(h)]{h} = {Q}

$[K(h)] \longrightarrow$ matriks kekakuan [K] dalam fungsi h.

(berbeda dengan aliran laminas : $[K] \longrightarrow$ konstanta)

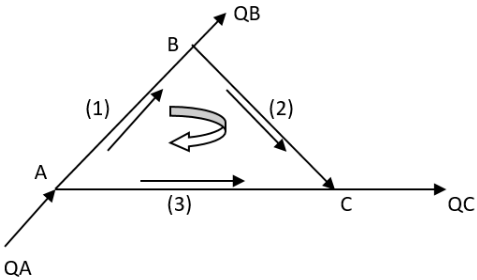
$\longrightarrow$ Penyelesaian persamaan memerlukan proses iterasi

Suatu metode lain cukup simple untuk menghitung debit pada setiap pipa dalam jaringan pipa adalah metode HARDYCROSS.

Kelemahan metode ini adalah kussag praktis dalam melakukan simulasi pada suatu jaringan pipa yang rumit (dibandingkan metode matriks).

Metode ini diawali dengan memisalkan debit aliran disetiap pipa (dengan tetap memperhatikan persamaan kontinuitas), kemudian dicari selsih debit dengan menggunakan prinsip bahwa hf dalam suatu sirkuit adalah nol.

- Tinjau jaringan pipa tergambar



Aliran dari A ke C : Mengikuti arah AC ,dan mengikuti arah ABC.

$Hf_1 + hf_2 = (h_A - h_B) + (h_B - h_c) = h_A - h_B$

$hf_3 = h_A - h_C$

$\longrightarrow hf_1 + hf_2 = hf_3$

atau : $hf_{AB} + hf_{BC} = hf_{AC} \longrightarrow hf_{AB} + hf_{BC} - hf_{AC} = 0$

atau :

$hf_{AB} + hf_{BC} + hf_{CA} = 0$

atau : hf untuk sirkuit ABCA = 0

Misalkan debit perkiraan pada setiap pipa :

$Q_{Asumsi} = Q_0$

$Q_{Sebenarnya} = Q = Q_C + \Delta Q$

$\longrightarrow \quad \Delta Q = ?$

$Hf_{ABCA} = 0$ atau $\sum hf = 0$

$$hf = \frac{f.L.V^2}{D.2g} = \frac{f.L.Q^2}{D.2g.A^2}$$

$$= \frac{f.L.Q^2}{D.2g.(\frac{\pi D^2}{1/2})^2}$$

$$= \frac{f.L.Q^{1/2}.16}{D.2g.\pi^2.D^4}$$

Untuk rumus Darcy – Weisbach : $hf = r.Q^2$

$$r = \frac{8.f.L}{\pi 2.g.D5}$$

Untuk rumus Hazen- Williams : $hf = r^1.Q^{1,852}$

$$R^1 = \frac{10,675.L}{G^{1,852.}D^{4,8704}}$$

*Tinjau $hf = r.Q^2$ (rumus Darcy-weisbach)

$$\sum r.Q^2 = 0$$

$$\sum r\,(Q_O^2 + \Delta Q)^2 = 0$$

$$\sum r.Q_O^2 + 2r.Q_{O.}\Delta Q + \sum r.\Delta Q^2 = 0$$

Jika ΔQ = Kecil $\longrightarrow \Delta Q^2 \approx 0$

$\sum r.Q_o^2 + \sum 2r.Q_{O.}\Delta Q = 0$

Untuk tetap dipenuhinya persamaan kontinuitas

$\longrightarrow \Delta Q$ = sama pada setiap pipa dalam rata sirkuit

$$\longrightarrow \Delta Q = \frac{\sum r^1.Q_O^2}{-\quad \sum 2r.Q_O}$$

Catatan : - pengertian satu sirkuit adalah dimulai dari stau titik simpul,kemudian mengikuti

Suatu arah tertentu dan kembali ke titik simpul semula.

-umumnya arahnya sehingga bila yang berlawanan arah diberi tanda negative(-).

Demikian pula dengan r yang harus diberi tanda sesuai dengan debit.

*apabila digunakan rumus hazen-williams

$$hf = r^1.Q^{1,852}$$

$$\Delta Q = -\frac{\sum r^1 \, Q_0 Q_0^{0,852}}{\sum 1,852.r^1.Q_0^{0,852}}$$

Catatan : tanda untuk debit negative bila mengikuti lawan arah jarum jam,

Tetapi tanda untuk r^1 selalu positif.

Modifikasi dilakukan untuk rumus diatas :

Dengan Q_0,dapat dihitung hf pada Q_0 tersebut

Jadi, $\Delta Q = -\frac{\sum hf}{\sum 1,852\frac{hf}{Q_0}} = -\frac{\sum hf}{1,852\sum hf/Q_0}$

Kemiringan garis energy : $S = \frac{hf}{L}$

Hf = s.L

$\longrightarrow$ S bisa diperoleh dari Diagram B

Q_0 & D $\longrightarrow$ S

Catatan : -tanda untuk debit negative bila melawan arah jarum jam.

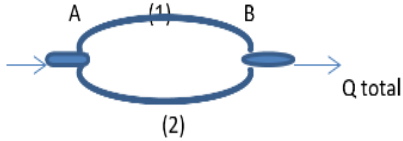
-tanda untuk S (dan hf) mengikuti tanda untuk debit.

Contoh soal :

<u>Soal-1</u>

Dari suatu jaringan pipa yang terdiri dari dua pipa parallel,diketahui data sebagai berikut:

Pipa (1) : panjang = 1000m



Diameter = 10cm

Pipa (2) : panjang = 2000m

Diameter = 20cm

Memuai : $10^{-3} m^2/s$

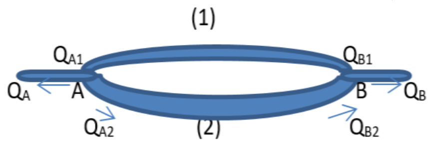
Q_{total} : $0,002\ m^3/s$

Head dititik A =10m

Ditanyakan debit dalam pipa (1) dan pipa(2).

Penyelesaian :

Misalkan aliran laminar…………………………..(MASIH ADA GBR)



$Q_i = k_i.hf_i$; $K_i = \dfrac{\prod \gamma D_i^4}{128.\prod.L_i} = \dfrac{\prod.g.D_i^4}{128.\gamma.L_i}$

$$ki = \frac{\pi.9{,}81.o{,}1^4}{128.10^{-3}1000} = 2{,}408.10^{-5}$$

$$K_2 = \frac{\prod.9{,}81.0{,}2^4}{128.10^{-2}.2000} = 19{,}262.10^{-5}$$

$K_1.hf_1 + K_2.hf_2 = Q_{A1} + Q_{A2} = Q_A$

$10^{-5}.21{,}67(h_A-h_b) = 0{,}002$……………….(1)

$-K_1.hf_1 - K_2.hf_2 = Q_{B1} + Q_{B2} = Q_B$

$-10^{-5}.21{,}67(h_A-h_b) = -0{,}002$……………….(2)

Pers (1) & (2) adalah sama; cukup digunakan salah satunya.

$10^{-5}.21{,}67(h_A-h_b) = 0{,}002$

$h_b = 0{,}77m.$

$Q_1 = 2{,}408.10^{-5}(10—0{,}77) = 0{,}00022\ m^3/s$

$Q_2 = 19{,}262.10^{—5}(10-0{,}77) = 0{,}00178\ m^3/s$

*Kontrol Aliran

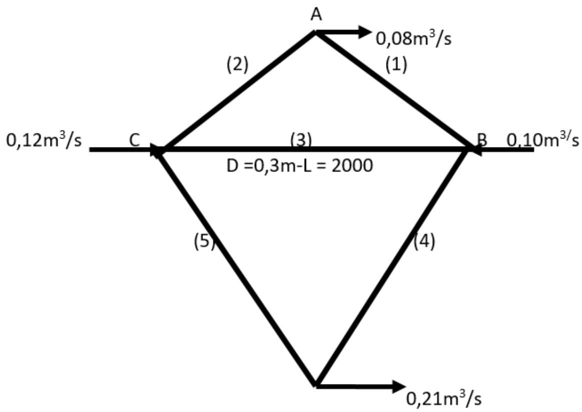
$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = 0{,}028\ m/s\ , \quad V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = 0{,}0567\ m/s$

$$R = \frac{\rho . V . D}{\mu} = \frac{V . D}{\gamma}$$

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{0{,}0280.0{,}10}{10^{-3}} = 2{,}80 < 2000 \\ R_2 &= \frac{0{,}0567.0{,}20}{10^{-3}} = 11{,}34 < 2000 \end{aligned}\right\} \text{ Benar aliran laminar}$$

Soal-2

suatu jaringan pipa tergambar, mengaliran cairan dengan kekentalan $\gamma = 10^{-3}\ m^3/s$. jika $H_A = 3m$;
susunlah persamaan matriks untuk menghitung head dititik-titik simpul,dengan menganggap aliran laminar.



Ket.gbr diatas
(1) = 0,4m-1000m
(2) = 0,2m-1000m
(3) = D=0,3m-L= 2000M
(4)= 0,3m-2000m
(5) = 0,4m-2000m

Penyelesaian :

*hitung $K_i = \frac{\prod . g D_i^4}{128.\gamma . L_i} = \frac{\prod .9{,}81}{128.10^{-3}} \left(\frac{D_i^4}{L_i}\right) = 240{,}77 \left(\frac{D_i^4}{L_i}\right)$

pipa	D_i	L_i	K_i
(1)	0,4	1000	$61{,}64.10^{-4}$
(2)	0,2	1000	$3{,}85.10^{-4}$
(3)	0,3	2000	$9{,}75.10^{-4}$
(4)	0,3	2000	$9{,}75.10^{-4}$
(5)	0,4	2000	$30{,}82.10^{-4}$

*Sistem persamaan matriks :

$$\begin{bmatrix} k1 + k2 & -k1 & -k2 & 0 \\ -k1 & k1 + k2 + k3 & -k3 & -k4 \\ -k2 & -k3 & k2 + k3 + k5 & -k5 \\ 0 & -k4 & -k5 & k4 + k5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} HA \\ HB \\ HC \\ HD \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0{,}08 \\ 0{,}10 \\ 0{,}12 \\ -0{,}14 \end{Bmatrix}$$

*Subtitusi syarat batas : HA =3

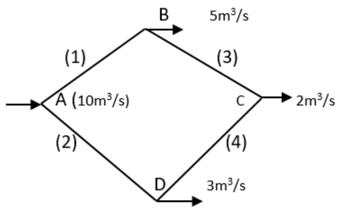
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -K1 & K1 + KK3 + K4 & -K3 & -K4 \\ -K2 & -K3 & K2 + K3 + K5 & -K5 \\ 0 & -K4 & -K5 & K4 + K5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} HA \\ HB \\ HC \\ HD \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 0{,}10 \\ 0{,}12 \\ -0{,}4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -61{,}64.10^{-4} & 81{,}14.10^{-4} & -9{,}75.10^{-4} & -9{,}75.10^{-4} \\ -3{,}85.10^{-4} & -9{,}75.10^{-4} & 44{,}42.10^{-4} & -30{,}82.10^{-4} \\ 0 & -9{,}75.10^{-4} & -30{,}82.10^{-4} & 40{,}57.10^{-4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} HA \\ HB \\ HC \\ HD \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 0{,}10 \\ 0{,}12 \\ -0{,}4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 81{,}14.10^{-4} & -9{,}75.10^{-4} & -9{,}75.10^{-4} \\ 0 & -9{,}75.10^{-4} & 44{,}42.10^{-4} & -30{,}82.10^{-4} \\ 0 & -9{,}75.10^{-4} & -30{,}82.10^{-4} & 40{,}57.10^{-4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} HA \\ HB \\ HC \\ HD \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 0{,}1185 \\ 0{,}1212 \\ -0{,}14 \end{Bmatrix}$$

SOAL-3

Sebuah sistim jaringan pipa seperti tergambar, mempunyai data sebagai berikut.



pipa	L(m)	D(m)	F_{Darcy}
(1)	4000	0,80	0,020
(2)	3000	0,60	0,025
(3)	3000	0,60	0,020
(4)	4000	0,40	0,024

Carilah besarnya debit aliaran air disetiap pipa.

Penyelesaian :

*misalkan aliran turbulen :

$$hf = r.Q^2 \;\; ; \;\; r = \frac{8.f.l}{\prod^2.g.D^5}$$

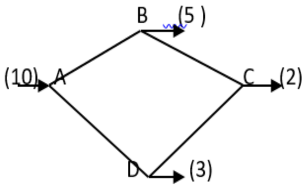
$r_{1=}$ 20,2

r_2=79,7

r_3=63,8

r_4=806,9

*misallkan debit aliran (Q_O) sebagai berikut :



Q_O :

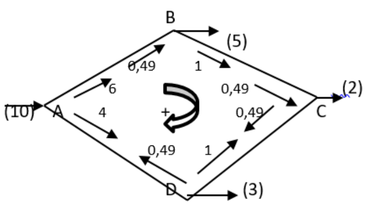
Q_{AB} = 6 m^3/s Q_{AD} = 4 m^3/s

Q_{BC} = 1 m^3/s Q_{DC} = 1 m^3/s

*Hitung ΔQ

PIPA	Q_O	r	$r.Q_O$	$2.r.Q_O$
AB	+6,49	+20,2	+850,8	262,2
BC	+1,49	+63,8	+141,6	190,1
CD	-0,51	-806,9	-209,9	823,0
DA	-3,51	-79,7	-981,9	559,5
∑=			-1291,1	2621,4

$\Delta Q = -\frac{-1291,1}{2621,4} = +0,49\frac{m^3}{s} \neq 0 \longrightarrow$ ulangi perhitungan.



Q_O : Q_{AB} = 6,49 m^3/s

Q_{BC} = 1,49 m^3/s

Q_{CD} = -0,15 m^3/s

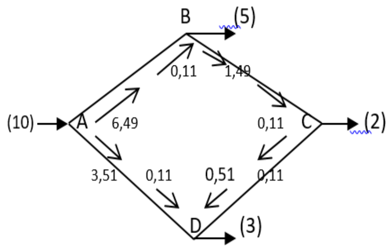
Q_{DA} = -3,51 m^3/s

*Hitung lagi ΔQ

PIPA	Q_O	r	$r.Q_O^2$	$2.r.Q_O$
AB	+6,49	+20,2	+850,8	262,2
BC	+1,49	+63,8	+141,6	190,1
CD	-0,51	-806,9	-209,9	823,0

DA	-3,51	-79,7	-981,9	559,5
∑=			-199,4	1834,8

$\Delta Q = -\frac{-199{,}4}{1834{,}8} = +0{,}11 m^3/s \neq 0 \longrightarrow$ ulangi perhitungan



Q_O : $Q_{AB} = 6{,}6\ m^3/s$

$Q_{BC} = 1{,}6\ m^3/s$

$Q_{CD} = -0{,}4\ m^3/s$

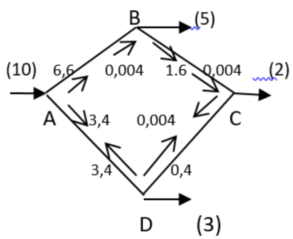
$Q_{DA} = -3{,}4\ m^3/s$

*Hitung ΔQ.

PIPA	Q_O	r	$r.Q_O^2$	$2.r.Q_O$
AB	+6,6	+20,2	+879,9	266,6
BC	+1,6	+63,8	+163,3	204,2
CD	-04	-806,9	-129,1	645,5
DA	-3,4	-79,7	-921,3	542,0
∑ =			-7,2	1658,3

$\Delta Q = -\frac{-7{,}2}{1658{,}3}\ m^3/s \approx 0 \longrightarrow$ Ok.

Hasil akhir :



$Q_{AB} = 6{,}604\ m^3/s$

$Q_{BC} = 1{,}604\ m^3/s$

$Q_{AD} = 3{,}396\ m^3/s$

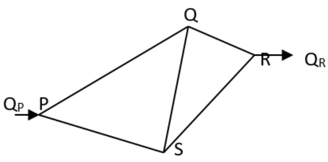
$Q_{DC} = 0{,}396\ m^3/s$

Kontrol aliran : $R = \frac{V.D}{\gamma} = \frac{4Q}{\pi.D\gamma}$ $\quad \gamma_{air=1{,}55.10^{-6} m^2/s}$

R >>> 4000 $\longrightarrow$ Aliran turbulen

Soal-4

Sebuah jaringan pipa seperti tergambar mempunyai data sebagai berikut :



PIPA	L(m)	D(m)	F_{Darcy}
PQ	1000	0,80	0,020
QR	235	0,60	0,020
QS	600	0,80	0,20
PS	800	0,80	0,020
SR	600	0,80	0,020

Debit air yang masuk di P adalah 0,40 m^3/s. Hitunglah debit aliran dalam setiap pipa.

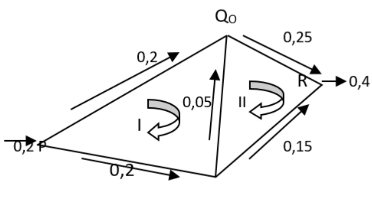
Penyelesaian :

*misalkkan aliran turbulen :

$hf = \ r.Q^2; r = \frac{8.f.L}{\prod^2.g.D^5}$ $\longrightarrow$ $r_{PQ} = 5$

$r_{QR} = 5$
$r_{QS} = 3$
$r_{PS} = 4$
$r_{SR} = 3$

*misalkan debit aliran (Q_O) Sebagai berikut :



Q_A : $Q_{PQ} = 0,2\ m^3/s$

$Q_{QR} = 0,25\ m^3/s$

$Q_{PS} = 0,2\ m^3/s$

$Q_{SQ} = 0,05\ m^3/s$

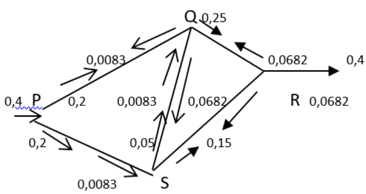
$Q_{SR} = 0,15\ m^3/s$

*Hitung ΔQ disetiap sirkuit :

SIRKUIT	pipa	Q_O	r	$r.Q_O^2$	$2.r.Q_O$
I	PQ	+0,20	+5	+0,20	+2
	QS	-0,05	-3	-0,0075	0,3
	SP	-0,20	-4	-0,16	1,6
			∑=	+0,0325	3,9
$\Delta Q = -\frac{0,0325}{3,9}$ = -0,0083≈0					

SIRKUIT	pipa	Q_O	r	$r.Q_O^2$	$2.r.Q_O$
II	SQ	+0,05	+3	+0,0075	0,3
	QR	+0,25	+5	+0,3125	2,5
	RS	-0,15	-3	-0,0675	0,9
∑=				+0,2525	3,7
$\Delta Q = -\frac{0,2525}{3,7} = -0,0682 \neq 0$					

$\Delta Q_{II} \neq 0$ ⟶ perhitungan diulang.



Q_0 .: Q_{PQ} = 0,1917 m^3/s

Q_{ps} = 0,2083 m^3/s

Q_{QS} = 0,0099 m^3/s

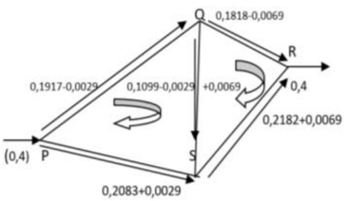
Q_{QR} = 0,1818 m^3/s

Q_{SR} = 0,2182 m^3/s

*Hitung kembali ΔQ:

SIRKUIT	pipa	Q_O	r	$r.Q_O^2$	$2.r.Q_O$
I	PQ	+0,1917	+5	+0,18374	1,9170
	QS	+ 0,0099	+3	+0,00029	0,0594
	SP	-0,2083	-4	-0,17356	1,6664
∑=				+0,01047	3,6428
$\Delta Q = -\frac{0,01047}{3,6428} = -0,0029 \approx 0$					
II	SQ	-0,0099	-3	-0,00029	0,0594
	QR	+0,1818	+5	+0,16526	1,8180
	RS	-0,2182	-3	-0,14283	1,3092
			∑=	+0,02214	3,1866
$\Delta Q = -\frac{0,2214}{3,1866} = -0,0069 \approx 0$			$\longrightarrow$	$\Delta Q_I \approx 0$; $\Delta Q_{II} \approx 0$ perhitungan selesai	

*Hasil akhir (gambar)



PIPA	DEBIT ALIRAN (m^3/s)
PQ	0,1888
PS	0,2112
QS	0,0139
QR	0,1749
SR	0,2251

KONTROL:

$R = \frac{4Q}{\pi.D.\gamma} = R_{min} = 14272 \gg 4000$

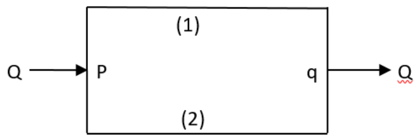
Ok $\longrightarrow$ Aliran turbulen

Soal-5

Suatu jaringan pipa yang terdiri dari dua pipa parallel,diketahui data-datanya sebagai berikut:

Pipa 1 : panjang =1524 m
Diameter = 305mm
C_1 = 120

pipa 2 : panjang = 915m
diameter = 406mm
C_2 = 120

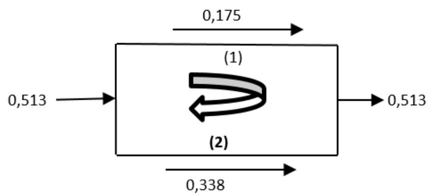


Debit total = 0,513 m^3/s.

Ditanya debit dalam pipa (1) dan (2),dengan menggunakan metode hardy-crossdan memanfaatkan Diagram-B.

Penyelesaian :

*Misalkan debit (Q_0) :



*Hitung ΔQ

PIPA	D	L	Q_0	S	hf	Hf/Q_0
1	0,305	1524	+0,175	+0,0215	+32,8	187,43
2	0,406	915	-0,338	-0,0160	-14,6	43,20
				$\sum =$	+18,2	230,63

ΔQ	Q
-0,043	+0,132
-0,043	-0,381

Keterangan :

Mencari S dengan Diagram-B

a). Q_0 = 0,175 m^3/s = 4 mgd pada C_1 = 120

Q_0 untuk C_1 = 100 $\longrightarrow$ Q_0 = 100/200.4 =3,33 mgd

Dengan D = 0,305m = 12 inci $\longrightarrow$ S= 0,0215

b). Q_0 = 0,338 m^3/s = 7,72 mgd pada C_1 = 120

Q_0 untuk C_1 = 100 $\longrightarrow$ Q_0 = 100/200.7,72 = 6,43 mgd

Dengan D = 0,406m = 16 inci $\longrightarrow$ S= 0,0160

$$hf = S.L$$

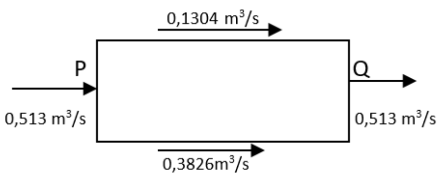
$\Delta Q = -\frac{\sum hf}{1{,}852 \sum \frac{hf}{Q_0}} = -\frac{18{,}2}{1{,}852.230{,}63} = -0{,}043 \neq 0 \longrightarrow$ perhitungan diulang

*Hitunglah kembali ΔQ

PIPA	D	L	Q_0	S	hf	Hf/Q_0
1	0,305	1524	+0,132	+0,013	+19,81	150,08
2	0,406	915	-0,381	-0,021	-19,21	50,42
				$\sum =$	+0,60	200,50

ΔQ	Q
+0,0016	+0,1304
-0,0016	-0,3826

$\Delta Q = -\frac{0{,}60}{1{,}852.200{,}50} = -0{,}0016 \approx 0$ PERHITUNGAN SELESAI



DAFTAR PUSTAKA

1. Giles, R.V., Fluid Mechanies and Hydraulics, Mcgraw – Hill, 1983.
2. Modi, P.N. & Seth, S.M, Hydraulics and Fluid Mechanics, Standart Book House, 1977.
3. Norking group on small Hydraulics structures (International Institute for Land Reclamation and Improvement / ILRI, Wageningens – Delft of Hydraulics and Inrigation, Wayeninges), Discharge Measurernent struecures, ILRI – wageningens, 1978).
4. Shames, I. H, Mechamics of Fluid, Mcgraw – Hill, 1982.
5. Staff of Research and Education Association, The Fluid Mechanics / Dynduies Problem Solver, Newyork, 1986.
6. Streeter, V.K. & Wylie, E.B., Fluid Mechanics, Mc Graw – Hill, 1985

   (Edisi bah. Indonesia : Mekanika FLuida Jilid 1 & 2, alih bahasa : Arkarijono Penerbit Erlangga, 1988).
7. Tanudjaja Lambertus, Bahan ajar Mekanika Fluida dan Hidrolika I, Universitas Sam Ratulangi, 2003.
8. While, F.M., Fluid Mechanics, Mc Graw – Hill, 1968

   (Edisi bah, Indonesia : Mekanika Fluida jilid 1 2.2, alih bahasa : Manahan Hariandja, Penerbit Erlangga, 1988).