STATIKA

PENULIS
Hieryco Manalip | Ellen J Kumaat | Reky S Windah

UNSRAT PRESS
2022

STATIKA
Hieryco Manalip | Ellen J Kumaat | Reky S Windah
UNSRAT PRESS 2022

STATIKA

Hieryco Manalip
Ellen J Kumaat
Reky S Windah

UNSRAT PRESS
2022

STATIKA

Rancang Sampul : Art Division Unsrat Press

Judul Buku : **STATIKA**

Penulis : - **Hieryco Manalip**
- Ellen J Kumaat
- Reky S Windah

Penerbit : **Unsrat Press**
Jl. Kampus Unsrat Bahu Manado 95115

Email : **percetakanunsrat@gmail.com**

ISBN : 978-623-5790-38-1

Cetakan Pertama 2022

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan yang Maha Kuasa dan Penyayang karena hanya Berkat, Rahmat dan AnugerahNya sehingga buku ajar ini dapat diselesaikan.

Buku Ajar Statika ini merupakan kumpulan dari bahan-bahan kuliah pada mata kuliah Statika untuk mahasiswa semester I pada Program Studi Teknik Sipil, Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik Unsrat Manado.

Kami menyampaikan terima kasih sebesar-besarnya kepada Lembaga Pembinaan dan Pengembangan Unsrat yang sudah mendanai pembuatan bahan ajar ini, serta semua pihak yang sudah membantu sehingga bahan ajar statika ini dapat terbit.

Bila ditemukan terdapat kesalahan dalam penyajian materi dan pengetikan maka dapat disampaikan kepada penulis agar dapat diperbaiki dalam edisi selanjutnya. Terima kasih.

Manado, Januari 2022

Tim Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR NOTASI

F adalah Gaya
P adalah Beban terpusat
q adalah beban terbagi merata
M adalah momen
N adakag gaya normal
Q adalah Gaya geser
L adalah lebar bentang
R adalah resultan gaya

BAB I – GAYA

1.1.Pendahuluan.

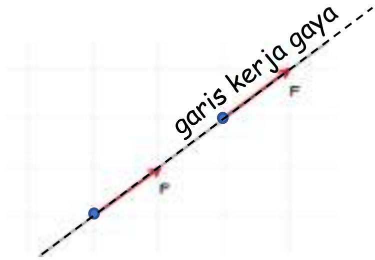
Gaya mempunyai besaran dan arah serta disebut vektor. Gaya secara umumnya digambarkan dalam bentuk sepotong garis lurus yang diawali dengan titik tangkap yakni merupakan titik pangkal gaya dan diakhiri tanda panah yang menunjukan arah kerja gaya. Panjang garis yang diukur dari titik tangkap gaya sampai dengan ujung tanda panah melukiskan besaran dari gaya tersebut dan sering digambarkan dalam bentuk skala gaya. Gaya dalam buku ajar ini diberi nama F dan garis kerja gaya yaitu garis lurus yang ditarik melalui titik tangkap gaya dan berimpit dengan arah kerja gaya sebagaimana yang diperlihatkan pada gambar 1.1.

Gambar 1.1, Gaya

1.2.Sifat-sifat gaya.

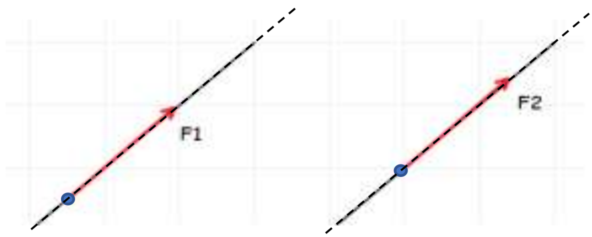
Beberapa sifat gaya yaitu:

a. Gaya dapat dipindah-pindahkan sepanjang garis kerja gaya yaitu dengan menggeser titik tangkap gaya di sepanjang garis kerja gaya (gambar 1.2).



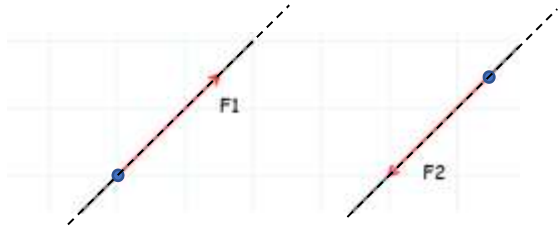
Gambar 1.2: Perpindahan gaya F pada sepanjang garis kerja gayanya.

b. Dua gaya disebut sama jika memiliki besar dan arah yang sama, $F_1 = F_2$, serta tidak harus bertunggalan titik tangkap (gambar 1.3).



Gambar 1.3: Dua gaya yang sama.

c. Dua gaya saling berlawanan jika garis kerja gayanya saling sejajar dan arah gayanya berlawanan satu terhadap lainnya (gambar 1.4).

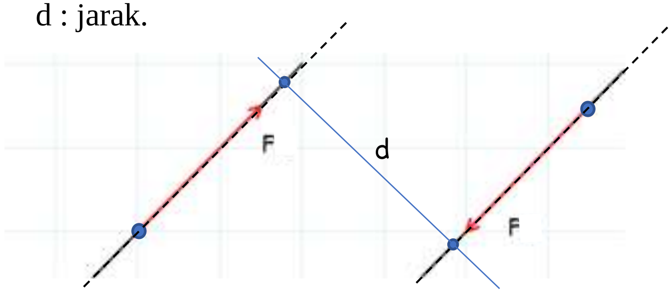


Gambar 1.4: Dua gaya yang berlawanan.

d. Dua gaya yang sama besar (F_1 = F_2) dan tidak bertunggalan garis kerja serta arah kedua gaya tersebut saling berlawanan satu terhadap lainnya disebut gaya kopel sebagaimana ditunjukkan pada gambar 1.5. Gaya kopel akan menimbulkan momen kopel yang besarannya dapat dihitung menurut rumusan:

$M = F \times d$ .... (1.1)

di mana: M : momen
F : gaya, dan
d : jarak.



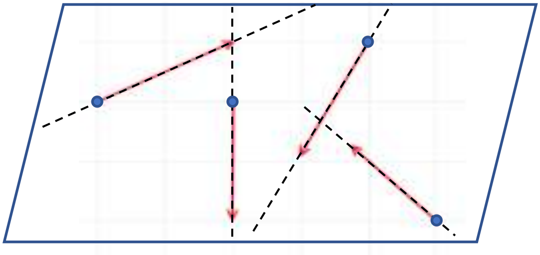
Gambar 1.5: Momen kopel.

1.3. Sistem Gaya.

Sistem gaya dapat dikelompokkan dalam 4 bagian berikut.

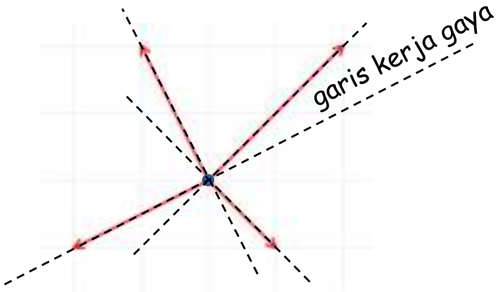
a. Sistem gaya disebut koplanar jika semua garis kerja gaya-

gaya tersebut terletak pada satu bidang datar (gambar 1.6).



Gambar 1.6: Gaya-gaya yang koplanar.

b. Sistem gaya disebut kongkuren jika semua garis kerja gaya – gaya tersebut berpotongan pada satu titik (gambar 1.7).



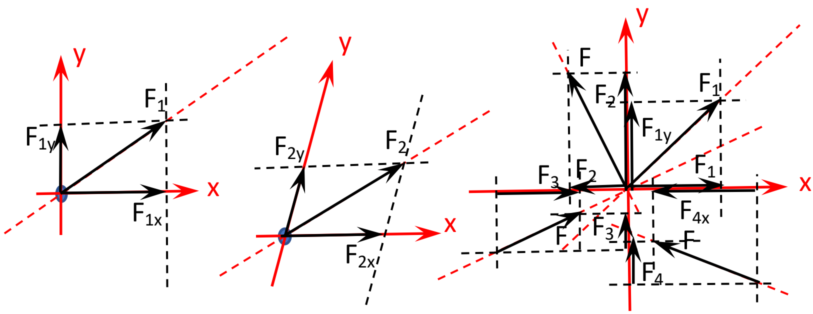
Gambar 1.7: Gaya – gaya yang kongkuren

c. Sistem gaya disebut kolinear jika semua gaya-gaya tersebut bertunggalan garis kerja (gambar 1.8)

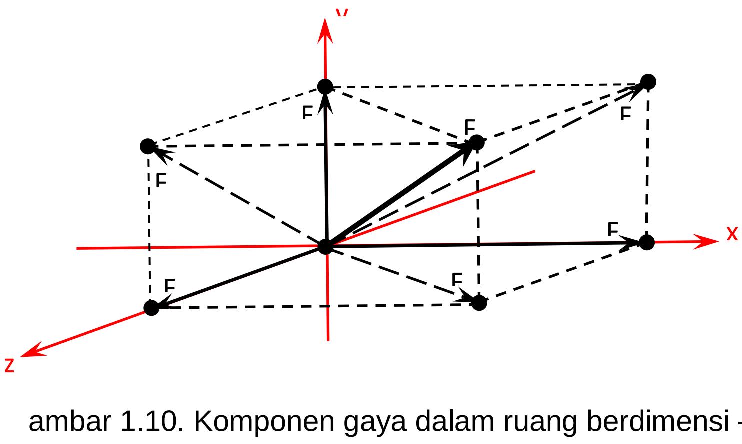
Gambar 1.8. Gaya-gaya yang Kolinear.

1.4. Komponen Gaya.

Komponen gaya adalah besaran proyeksi dari gaya yang bekerja dalam suatu sistem tata ruang berdimensi tertentu terhadap sistem tata sumbunya. Proyeksi gaya-gaya yang bekerja dalam ruang berdimensi – 2 dapat diuraikan menjadi komponen-komponen gaya dalam arah sumbu x dan arah sumbu y yang bersesuaian dengan sistem tata sumbu bidangnya yakni, sumbu x dan sumbu y (gambar 1.9). Gambar 1.10 menunjukkan komponen gaya-gaya yang bekerja dalam ruang berdimensi – 3.



Gambar 1.9. Komponen gaya dalam ruang berdimensi – 2.



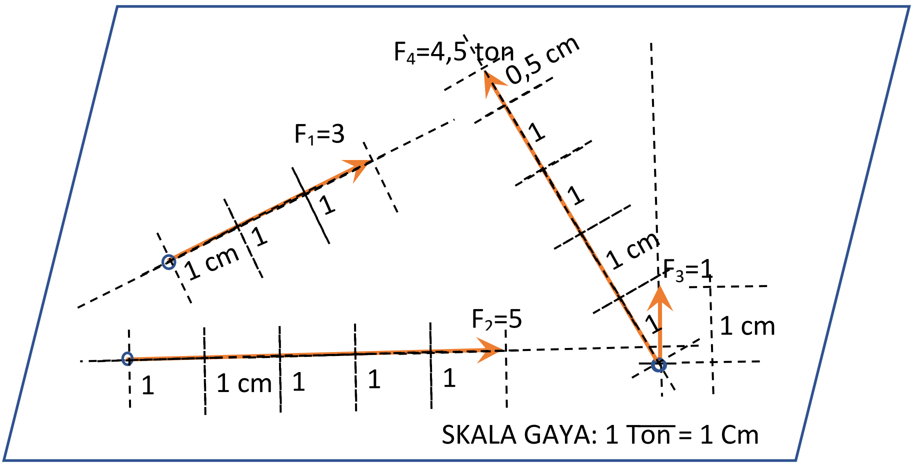
ambar 1.10. Komponen gaya dalam ruang berdimensi – 3.

1.5.Resultan gaya.

Resultan gaya adalah gaya pengganti yang dapat diperoleh dari penjumlahan beberapa gaya dan besar serta arahnya dapat dihitung dengan cara grafis ataupun cara analitis.

1.5.1. Resultan Gaya dengan Cara grafis.

Perhitungan resultan gaya dengan cara grafis dilakukan dengan menggunakan skala gaya yakni dengan mengequivalenkan besaran gaya dalam ukuran panjang milimeter atau sentimeter, misalnya diambil skala gaya: 1 ton ≡ 1cm, maka untuk gaya sebesar 5 ton dilukiskan besar gayanya sepanjang 5 cm sebagaimana ditunjukan pada gambar 1.11. Disarankan menggunakan kertas milimeter agar dapat diperoleh ukuran besar gaya yang lebih akurat.

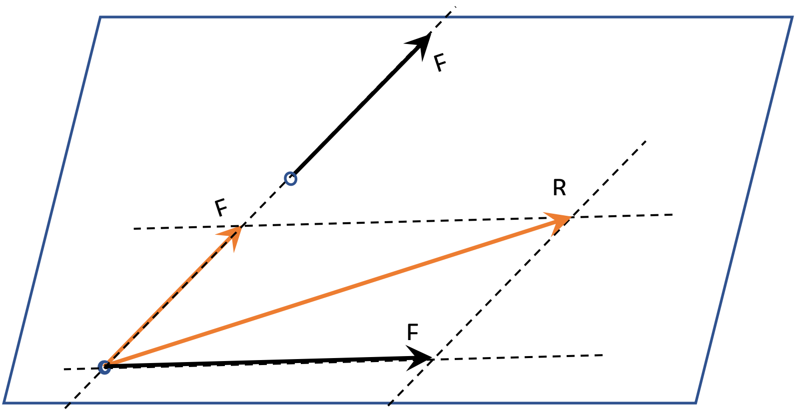


Gambar 1.11. Skala gaya.

1.5.1.1.Cara Paralelogram gaya (jajaran genjang)

Besar dan arah resultan dari 2 gaya dapat diperoleh dengan cara grafis lewat penerapan hukum paralelogram atau jajaran genjang di lukis mengikuti tahapan berikut.

a. Tentukan titik potong garis kerja gaya F_1 dan F_2.
b. Pindahkan gaya F_1 dan F_2 pada titik potong kedua garis kerja gaya tersebut.
c. Bentuk bangun paralelogram (jajaran genjang) lewat kedua gaya F_1 dan F_2 tersebut dengan cara membuat garis sejajar dengan arah garis kerja gaya F_2 melewati ujung F_1 dan sebaliknya garis sejajar dengan arah garis kerja gaya F_1 melalui ujung gaya F_2.
d. Besar dan arah resultan kedua gaya F_1 dan F_2 tersebut dapat diperoleh dengan menghubungkan titik konkuren kedua gaya tersebut dan titik potong garis-garis yang melalui kedua ujung gaya F_1 dan F_2 tersebut (gambar 1.12).



Gambar 1.12. Resultan gaya F_1 dan F_2 dengan cara parallelogram gaya.

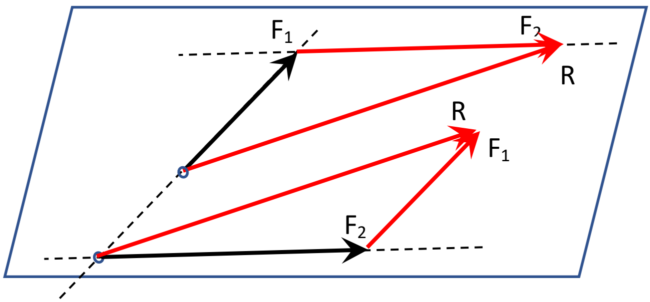
1.5.1.2.Cara Segitiga Gaya

Besar dan arah resultan dari 2 buah gaya dapat diperoleh dengan cara grafis lewat penerapan hukum segitiga gaya yang digambarkan mengikuti salah satu langkah-langkah berikut (gambar 1.13).

a. Buat garis melalui ujung gaya F_1 yang sejajar dengan arah garis kerja gaya F_2.
b. Pindahkan besar dan arah gaya F_2 yang diukur dari ujung gaya F_1.
c. Besar dan arah resultan kedua gaya F_1 dan F_2 tersebut diperoleh dengan menarik garis yang berawal dari titik pangkal gaya F_1 dan berakhir pada ujung gaya F_2.

Hal yang sama dapat dilakukan juga sebagai berikut.

a. Buat garis melalui ujung gaya F_2 yang sejajar dengan arah garis kerja gaya F_1.
b. Pindahkan besar dan arah gaya F_1 yang diukur dari ujung gaya F_2.
c. Besar dan arah resultan kedua gaya F_1 dan F_2 tersebut diperoleh dengan menarik garis yang berawal dari titik pangkal gaya F_2 ke ujung gaya F_1.

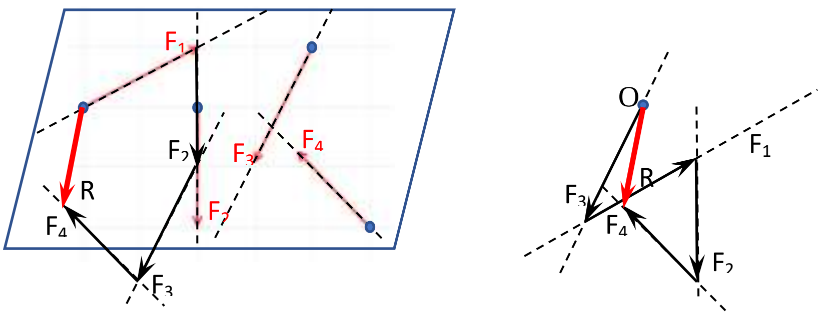


Gambar 1.13. Resultan gaya F_1 dan F_2 dengan cara segitiga gaya.

1.5.1.3.Cara Poligon Gaya

Cara poligon gaya digunakan untuk menghitung besar dan arah resultan gaya dari beberapa gaya (lebih dari 2 gaya) secara grafis. Lukiskan polygon gayanya mengikuti perluasan dari prinsip lukisan segitiga gaya dengan tahapan sebagai berikut (gambar 1.14).

a. Tetapkan salah satu dari gaya-gaya tersebut sebagai dasar lukisan dalam hal ini diambil F_1 (gambar 1.14.a) atau dapat juga dengan menentukan titik awal sembarang O yang akan dijadikan titik pangkal gaya pertama yang akan dilukis (gambar 1.14.b).
b. Pindahkan besar dan arah gaya lainnya diukur dari ujung gaya yang telah dilukis terlebih dahulu.
c. Besar dan arah resultan dari gaya-gaya tersebut diperoleh dengan menarik garis dari titik pangkal gaya awal ke ujung gaya terakhir yang dilukis sebagaimana terlihat pada gambar 1.14.



(a): $F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_3 \rightarrow F_4$ (b): $F_3 \rightarrow F_1 \rightarrow F_2 \rightarrow F_4$

Gambar 1.14. Resultante 4 buah gaya dengan cara poligon gaya.

1.5.1.4. Soal Latihan

Soal 1. Tentukan besaran komponen gaya-gaya dalam ruang berdimensi – 1, ruang berdimensi – 2 dan ruang berdimensi – 3 secara grafis. Besar, arah dan jumlah gaya ditentukan sendiri.

Soal 2. Gunakan cara grafis untuk menentukan resultan dari gaya-gaya yang terlukis pada:

a. soal 1 di atas.

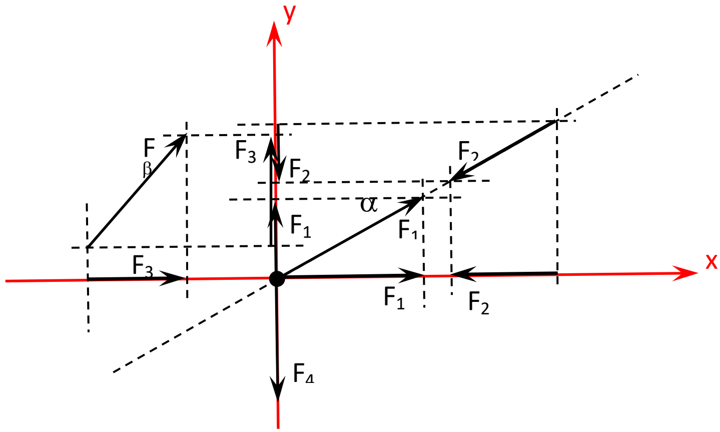
b. gambar 1.11, gambar 1.13 dan gambar 1.14. Besaran gaya-gaya pada gambar 1.13 dan gambar 1.14 ditentukan sendiri.

Soal 3. Silahkan dikembangkan sendiri soal-soal serupa sebanyak mungkin dengan berbagai variasi besar dan arah gaya serta diselesaikan dengan cara grafis.

1.5.2. Resultan Gaya dengan Cara Analitis

Perhitungan besar dan arah resultan gaya dengan cara analitis dilakukan lewat memproyeksikan gaya-gaya tersebut dalam suatu sistem tata sumbu ruang tertentu. Penjumlahan komponen-komponen gaya hasil proyeksi pada sistem tata sumbu akan diperoleh besar dan arah resultan dari gaya-gaya yang bekerja dalam ruang tilik yang ditinjau.

Gambar 1.15 memperlihatkan gaya dalam ruang berdimensi – 2 dan proyeksinya dalam sistem tata sumbu bidang x dan y.



Gambar 1.15. Komponen gaya–gaya dalam ruang berdimensi – 2.

Besar resultan gaya dalam arah sumbu x (R_x) dan arah sumbu y (R_y) berturut-turut diberikan pada persamaan (2).

$$R_x = \sum F_{ix} = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$

$$R_y = \sum F_{iy} = F_{1y} - F_{2y} + F_{3y} - F_{4y} \qquad \ldots\ldots\ldots (1.2)$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

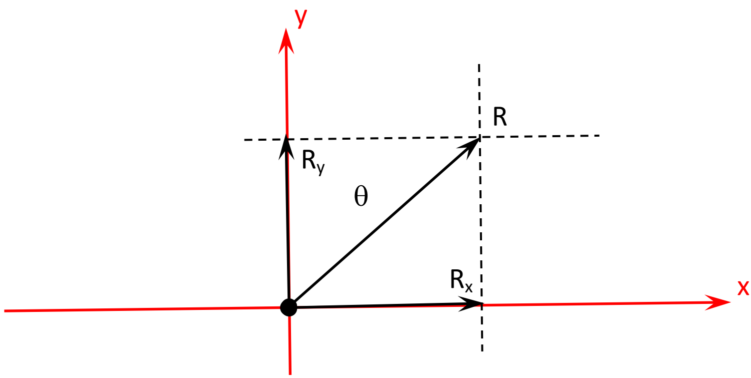
di mana:

$F_{1x} = F_1 \cos \alpha$	$F_{1y} = F_1 \sin \alpha$
$F_{2x} = F_2 \cos \alpha$	$F_{2y} = F_2 \sin \alpha$
$F_{3x} = F_3 \cos \beta$	$F_{3y} = F_3 \sin \beta$
$F_{4x} = 0$	$F_{4y} = F_4$

Besarnya sudut kemiringan θ dari resultan gaya R terhadap sumbu x positif (gambar 1.16) dapat dihitung dengan persamaan 1.3 berikut.

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots (1.3)$$



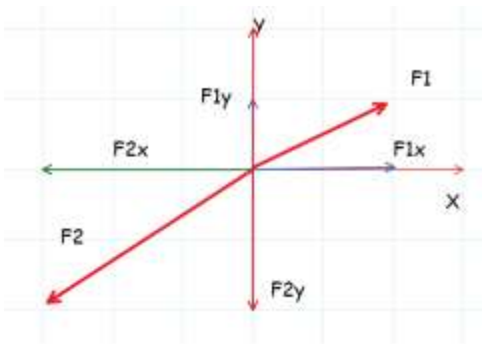
Gambar 1.16. Resultan gaya dalam ruang berdimensi – 2.

Perhitungan resultan gaya-gaya dalam ruang berdimensi – 3 hingga ruang berdimensi – n dengan cara analitis dapat dilakukan mengikuti prinsip yang sama seperti pada hitungan gaya-gaya dalam ruang berdimensi – 2.

1.5.2.1. Soal penyelesaian 1.1.

1.5.2.1a. Gaya-gaya kongkuren.

Diketahui 2 buah gaya seperti pada gambar 1.17 di bawah ini. Hitung resultan gaya dengan cara analitis.



Gambar 1.17. Dua buah gaya kongkuren

Penyelesaian

a. Dua buah gaya F1 dan F2 di proyeksikan terhadap sumbu X dan sumbu Y diperoleh

F1x = 2 satuan ; F1y = 1 satuan

F2x = - 3 satuan ; F2y = - 2 satuan

b. Gaya-gaya dalam sumbu x dan sumbu y di jumlahkan

Fx = 2 – 3 = -1 satuan

Fy = 1 – 2 = -1 satuan

Fx dan Fy bertanda negatif (-) maka resultan gaya berada di kuadran III.

c. Gaya resultan

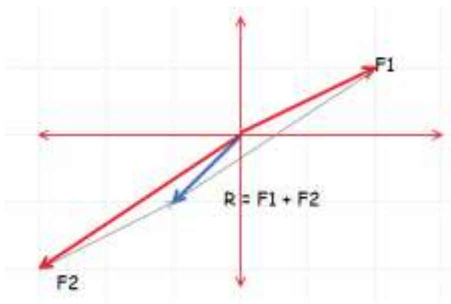
R = $\sqrt{-1^2 + 1^2} = 1.41\ satuan$

d. Sudut kemiringan R terhadap sumbu X (gambar 1.18)

$\tan\alpha = \frac{1}{-1} = -1$

$\alpha = tan^{-1}(-1\ )$

$\alpha = \arctan(-1) = \ -45^0$



Gambar 1.18. Resultan gaya

1.5.2.1b. Gaya Koplanar

Gaya-gaya koplanar adalah sistem gaya-gaya yang terletak pada satu bidang. Langkah-langkah menghitung resultan (table 1.1):

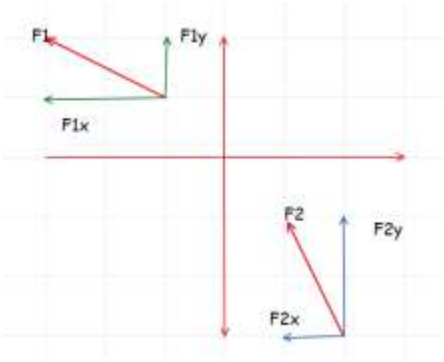
a. Gaya gaya koplanar diproyeksikan terhadap sumbu X dan sumbu Y
b. Sudut α dihitung/diukur terhadap sumbu X positif dengan arah berputar berlawanan arah dengan arah putaran jarum jam
c. Jumlahkan semua gaya dalam arah X diperoleh Rx
d. Jumlahkan semua gaya dalam arah Y diperoleh Ry
e. Hitung resultan gaya R = $\sqrt{Rx + Ry}$
f. Sudut kemiringan R terhadap sumbu X positif

$$\tan\alpha = \frac{Ry}{Rx}$$

g. Hitung Mx yaitu perkalian antara proyeksi gaya terhadap sumbu X
h. Hitung My yaitu perkalian antara proyeksi gaya terhadap sumbu Y.
i. Hitung ∑ Mx yaitu jumlah momen momen Mx.
   $\sum Mx = F_{1x}Y_1 + F_{2x}Y_2 + ...$
j. Hitung ∑ My yaitu jumlah momen momen My.
   $\sum My = F_{1y}X_1 + F_{2y}X_2 + ...$
k. Koordinat titik tangkap gaya-gaya resultan R (X,Y)

$$X = \frac{\sum M_{xi}}{R_x}; \qquad Y = \frac{\sum M_{yi}}{R_y}$$

Hitung dengan cara analitis dua buah gaya koplanar seperti pada gambar 1.19 di bawah ini.



Gambar 1.19. Dua buah gaya koplanar

Tabel 1.1. Penyelesaian soal.

Gaya	Absis (x)	Ordinat (y)	Fxi	Fyi	Mxi	Myi
F1	-1	1	-2	1	-2	-1
F2	2	-3	-1	2	3	4
		Jumlah	-3	3	1	3

Koordinat titik tangkap Resultan gaya R (X,Y)

X = $\frac{\sum M_{xi}}{R_x} = \frac{1}{-3} = -0.333$

Y = $\frac{\sum M_{yi}}{R_y} = \frac{3}{3} = 1$

Gaya resultan

R = $\sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

R = $\sqrt{(-3^2) + 3^2}$

R = $\sqrt{18} = 4.2426$

BAB II.
BEBAN, PERLETAKAN, GAYA-GAYA DALAM DAN PERSAMAAN KESEIMBANGAN

2.1.Pendahuluan

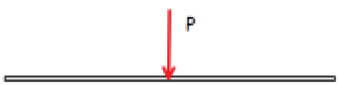
Sebelum mempelajari lebih jauh mengenai konstruksi statis tertentu maka akan diperkenalkan macam-macam pembebanan, model-model perletakan/tumpuan, persamaan-persamaan keseimbangan dan gaya-gaya dalam.

2.2. Macam-macam beban luar.

Beban yang bekerja pada sebuah konstruksi dapat berbentuk beban dinamis ataupun beban statis. Pada buku ajar ini yang dipelajari adalah beban statis yang besar dan arahnya tetap tidak tergantung waktu. Beban statis biasanya dimodelkan menjadi beberapa jenis beban, yaitu beban terpusat, beban terbagi rata dan beban momen.

2.2.1. Beban Terpusat (P)

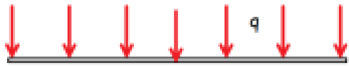
Beban terpusat dinotasikan dengan P. Satuan beban terpusat adalah kg, ton, KN, N. Contoh seseorang yang berdiri di atas balok dapat dimodelkan sebagai beban terpusat seperti gambar 2.1.



Gambar 2.1. Beban terpusat P

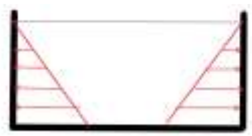
2.2.2. Beban Terbagi Rata (q)

Beban terbagi rata memiliki satuan berat persatuan panjang yaitu $\frac{T}{m'}$, $\frac{kg}{m'}$, biasanya dinotasikan dengan q. Contoh beban terbagi rata sepanjang bentang berbentuk segi empat adalah berat sendiri dari sebuah balok, seperti pada gambar di bawah ini.



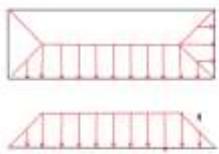
Gambar 2.2. Beban terbagi rata

Beban terbagi rata sepanjang bentang berbentuk segitiga dapat ditemukan pada berat air yang bekerja hidrostatik pada dinding bak air, seperti pada gambar di bawah ini. Masalah ini akan dibahas lebih lanjut pada mata kuliah Mekanika Fluida, Pondasi atau Beton Bertulang.



Gambar 2.3. Beban terbagi rata segitiga

Berat sendiri dari sebuah plat beton bertulang juga dapat dimodelkan sebagai beban segitiga dan beban trapesium seperti pada gambar 2.4.



Gambar 2.4. Beban trapesium dan segitiga

2.2.3. Beban Momen (M)

Beban momen biasanya dinotasikan dengan M dan memiliki satuan kgm atau Tm. Momen lentur merupakan hasil perkalian antara gaya dan jarak.

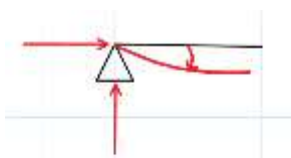
Gambar 2.5. Beban Momen

2.3. Model-model Perletakan

Semua konstruski harus bertumpu pada perletakan atau tumpuan yang berfungsi untuk menahan semua beban luar yang bekerja. Perletakan atau tumpuan bekerja reaksi tumpuan yang merupakan gaya untuk melawan beban luar. Arah reaksi tumpun umumnya berlawanan arah dibandingkan dengan resultan beban luar. Model-model perletakan yang ditemukan dalam mata kuliah Analisa Struktur adalah tumpuan sendi, tumpuan rol, tumpuan jepit dan tumpuan pendel.

2.3.1. Perletakan/ tumpuan Sendi

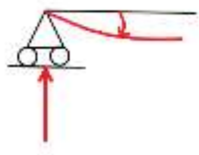
Perletakan sendi adalah perletakan yang dilengkapi dengan ensel. Akibat beban luar yang bekerja pada konstruksi maka perletakan sendi dapat mengalami putaran sudut. Perletakan sendi dapat menerima gaya vertikal dan gaya horisontal tetapi tidak dapat menerima momen, sehingga reaksi akibat momen sama dengan nol.



Gambar 2.6. Model Perletakan Sendi

2.3.2. Perletakan/ tumpuan rol

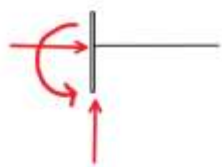
Perletakan rol adalah perletakan yang dilengkapi dengan ensel dan rol. Akibat beban horisontal, maka perletakan rol dapat bergerak searah gaya tersebut. Perletakan rol dapat mengalami putaran sudut. Perletakan rol hanya dapat menerima gaya vertikal dan tidak dapar menerima gaya horisontal dan momen. sehingga reaksi akibat momen sama dengan nol.



Gambar 2.7. Model Perletakan Rol

2.3.3. Perletakan jepit

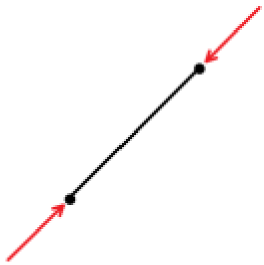
Perletakan jepit adalah perletakan yang dapat memikul reaksi dalam arah vertikal, horisontal dan dapat menahan momen lentur. Perletakan jepit tidak dapat mengalami perpindahan (translasi) dan putaran sudut, sedangkan di ujung bebas balok tersebut dapat bertranslasi maupun berotasi.



Gambar 2.8. Model Perletakan Jepit

2.3.4. Perletakan pendel

Perletakan pendel adalah perletakan yang dilengkapi dengan sendi pada kedua ujungnya. Perletakan pendel hanya dapat menerima gaya searah dengan pendel dan tidak dapat menerima momen lentur.



Gambar 2.9. Perletakan pendel.

Gaya-gaya yang bekerja pada perletakan pendel sama dengan perletakan rol sehingga dalam perhitungan perletakan pendel dapat diganti dengan perletakan rol. Resultan dari 2 buah pendel yang bertemu pada satu titik adalah reaksi yang sembarang, sehingga dua pendel ini dapat diganti dengan sebuah sendi.

Gambar 2.10. Dua buah pendel identik dengan satu buah sendi

2.4. Gaya-gaya dalam

Gaya dalam adalah gaya yang membentuk keseimbangan dengan gaya luar.

Macam-macam gaya dalam :

- Gaya Normal
- Gaya Lintang/ geser
- Momen Lentur

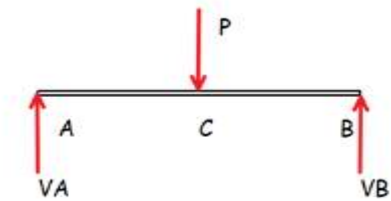
2.4.1. **Gaya Normal (N)**

Gaya normal adalah gaya dalam yang bekerja searah dengan batang. Gaya normal ada 2 jenis yaitu gaya normal tekan dan gaya normal tarik. Gaya normal tekan disebabkan gaya tekan dan diberi tanda negatif (-). Gaya normal tarik disebabkan oleh gaya tarik dan diberi tanda positif (+). Gaya dalam normal dinotasikan N

Gambar 2.11. Gaya Normal tekan dan gaya normal tarik.

2.4.2. Gaya Geser/ Lintang

Gaya geser atau gaya normal bekerja tegak lurus batang. Gaya geser positif (+) jika menghasilkan momen searah jarum jam dan gaya geser negatif (-) jika menghasilkan momen berlawanan arah dengan jarum jam.



Gambar 2.11. Gaya geser/ lintang

Gaya geser bagian AC adalah positif karena menghasilkan momen searah jarum jam sedangkan gaya geser bagian BC adalah negatif (-) karena menghasilkan momen berlawanan arah dengan jarum jam.

2.4.3. Momen Lentur

Momen lentur adalah perkalian antara gaya dan jarak yang tegak lurus batang. Momen lentur bertanda positif jika sisi bagian bawah penampang tertarik dan bertanda negatif jika sisi bagian bawah penampang tertekan. Perhatikan gambar 2.9. akibat beban yang bekerja maka balok akan mengalami lenturan, bagian bawah penampang akan tertarik dan bagian atas akan tertekan sehingga momennya positif.

2.5. Persamaan Keseimbangan

Sebuah konstruksi dalam keadaan stabil dan seimbang apabila memenuhi persamaan-persamaan keseimbangan yaitu :

- Jumlah gaya-gaya vertikal sama dengan nol;

  $\sum V = 0$ ....Persamaan 2.1
- Jumlah gaya-gaya horisontal sama dengan nol

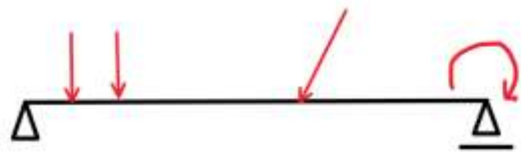
  $\sum H = 0$ ....Persamaan 2.2
- Jumlah momen disembarang titik sama dengan nol

  $\sum M = 0$ ....Persamaan 2.3

Persamaan 2.1, 2.2 dan 2.3 dikenal dengan 3 buah persamaan keseimbangan yang digunakan untuk menganalisa semua konstruksi yang variabelnya paling banyak 3 buah. Konstruksi yang dapat di analisa dengan menggunakan persamaan keseimbangan disebut Konstruksi Statis Tertentu yang akan dibahas lebih lanjut pada bab – bab selanjutnya. Konstruksi yang menghasilkan variabel lebih dari 3 atau lebih banyak dari jumlah persamaan keseimbangan diklasifikasikan sebagai Konstruksi Statis Tak Tentu yang akan dibahas pada mata kuliah Analisa Struktur II dan Analisa Struktur III .

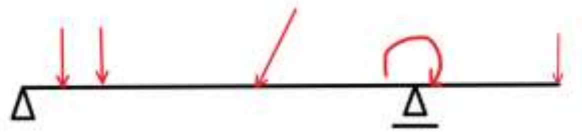
2.6. Konstruksi Balok Statis Tertentu

Balok statis tertentu biasanya dideskripsikan berdasarkan bagaimana balok tersebut ditumpu. Model pertama konstruksi balok statis tertentu adalah balok dengan tumpuan sendi (pin support) di satu ujung dan tumpuan rol (roller support) di ujung lainnya disebut dengan balok di atas tumpuan sendi dan rol atau disebut dengan balok bertumpuan sederhana atau disingkat dengan sebutan balok sederhana seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini



Gambar 2.12. Balok sederhana

Model balok kedua adalah balok dengan overhang mempunyai tumpuan sendi dan rol tetapi ada bagian yang menerus (overstek) seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.11.



Gambar 2.13. Balok dengan Overhang

Model ketiga adalah balok kantilever (cantilever beam), balok yang salah satu tumpuannya dijepit dan ujung yang lain bebas seperti pada gambar 2.12.

Gambar 2.14. Balok Kantilever

Ketiga model balok balok ini termasuk konstruksi statis tertentu karena jumlah variabel yang tidak diketahui dalam hal ini reaksi tumpuan tidak melampaui jumlah persamaan keseimbangan.

Ketiga model konstruksi balok statis tertentu di atas merupakan konstruksi dasar dikembangkannya konstruksi yang lebih kompleks seperti balok di atas banyak tumpuan, portal statis tak tentu. Pada bab-bab selanjutnya akan banyak dibahas soal-soal konstruksi balok statis tertentu yang diselesaikan dengan menggunakan persamaan keseimbangan.

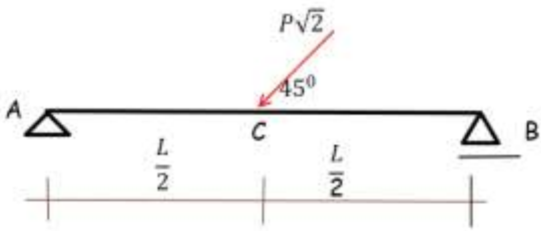
BAB III
BALOK DI ATAS DUA PERLETAKAN
SENDI DAN ROL

3.1. Pendahuluan

Balok di atas dua perletakan sendi dan rol sering disebut balok bertumpuan sederhana (simple supported beam) atau balok sederhana (simple beam). Balok sederhana memiliki tumpuan sendi pada salah satu ujungnya dan tumpuan rol di ujung lainnya sehingga memiliki 3 buah reaksi. Balok sederhana dapat dianalisa dengan menggunakan persamaan keseimbangan sehingga termasuk konstruksi balok statis tertentu.

3.2. Soal penyelesaian 3.1.

Balok sederhana yang dibebani oleh beban terpusat sebesar $P\sqrt{2}$ yang memiliki sudut 45^0 terhadap sumbu balok AB dan berada di tengah bentang. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.

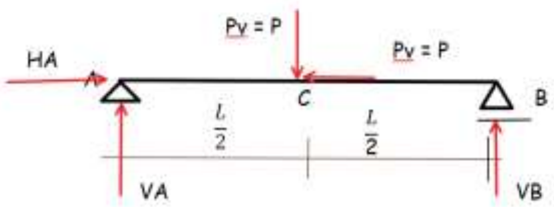


Gambar 3.1. Balok sederhana dengan beban miring 45^0 di tengah bentang

Penyelesaian

1. Asumsi berat balok AB tidak diperhitungkan dalam perhitungan sehingga reaksi yang dihitung hanya memperhitungkan beban luar P. Asumsi ini berlaku untuk semua soal yang dibahas pada buku ini.
2. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B ke atas seperti pada gambar.

- Beban P diproyeksikan sejajar batang AB namakan P_h dan tegak lurus batang AB namakan P_v
- $P_h = P\sqrt{2}\sin 45 = \frac{1}{2}\sqrt{2}\; x\; P\sqrt{2} = P$
- $P_V = P\sqrt{2}\sin 45 = \frac{1}{2}\sqrt{2}\; x\; P\sqrt{2} = P$



Gambar 3.2. Arah reaksi pada balok sederhana dengan beban P_V dan P_H

3. Persamaan Keseimbangan untuk menghitung reaksi di tumpuan

$\sum H = 0$; $H_A - P = 0$

$H_A = P(\rightarrow)$

$\sum M_A = 0$; $P \; x \; \frac{L}{2} - V_B \; x \; L = 0$

$V_B = \frac{P}{2} (\uparrow)$

$\sum M_B = 0$; $- P \; x \; \frac{L}{2} - V_A \; x \; L = 0$

$V_A = \frac{P}{2} (\uparrow)$

$\sum V = 0$; $V_A + V_B - P = 0$

$$\frac{P}{2} + \frac{P}{2} - P = 0$$

$$P(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1) = 0$$

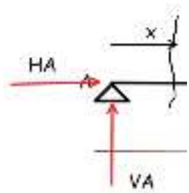
$$0 = 0$$

4.Menghitung dan menggambar gaya-gaya dalam

Konstruksi di bagi menjadi 2 bagian yaitu bagian A sampai C dan bagian C sampai B.

- Bagian A sampai dengan C ; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$

  Sketsa



Bidang gaya Normal (N)

Gaya-gaya yang bekerja searah/sejajar batang AC

$N_{AC} = H_A = P$ (tekan) .... konstan sepanjang AC

Bidang gaya geser/ Lintang (Q)

Gaya-gaya yang bekerja tegak lurus batang AC

$Q_{AC} = V_A = \frac{P}{2}$ .... konstan sepanjang AC

Bidang momen lentur (M)

Gaya yang memiliki jarak terhadap titik x menghasilkan momen sejauh x

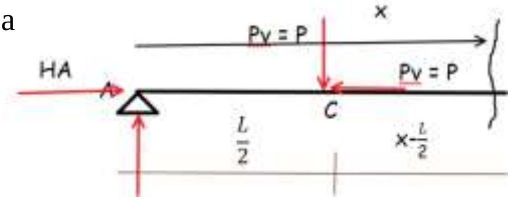
$M_{AC} = V_A \; x = \frac{P}{2} x$ .... persamaan garis/linear

$x = 0 \quad ; M_A = = \frac{P}{2} \; 0 = 0$

$x = \frac{L}{2} \quad ; M_A = = \frac{P}{2} \frac{L}{2} = \frac{PL}{4}$

- Bagian C sampai dengan B ; $\frac{L}{2} \leq x \leq L$

Sketsa



Bidang gaya Normal (N)

$N_{CA} = 0$

Bidang gaya geser/ Lintang (Q)

$Q_{CB} = V_A - P$

$Q_{CB} = V_A = \frac{P}{2} - P = -\frac{P}{2}$................ konstan sepanjang CB

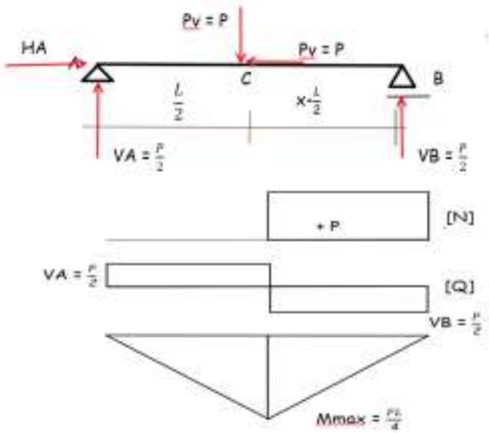
Bidang momen lentur (M)

$M_{AC} = V_A \; x - \frac{P}{2}\left(x - \frac{L}{2}\right)$ .... persamaan garis/linear

$x = \frac{L}{2} \quad ; M_c = \frac{P}{2} \frac{L}{2} = \frac{PL}{4}$

$x = L \quad ; M_A = 0$

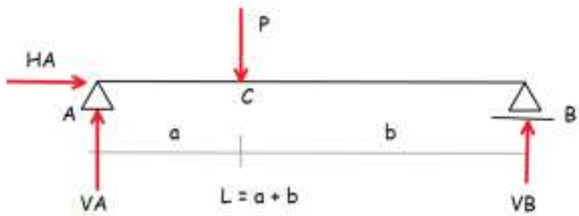
4. Gambar bidang gaya-gaya dalam



Gambar 3.3. Gaya-gaya dalam balok sederhana dengan beban P di tengah bentang

3.3. Soal Penyelesaian 3.2.

Balok sederhana yang dibebani oleh beban terpusat disembarang tempat batang AB. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 3.4. Balok sederhana dengan beban P di sembarang bentang

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B ke atas seperti pada gambar.
2. Gunakan Persamaan Keseimbangan untuk menghitung reaksi di tumpuan

$\sum H = 0$; $H_A = 0$

$\sum M_A = 0$; $P \times a - V_B \times L = 0$

$$V_B = \frac{Pa}{L} \; (\uparrow)$$

$\sum M_B = 0$; $- P \times b - V_A \times L = 0$

$$V_A = \frac{Pb}{l} \; (\uparrow)$$

$\sum V = 0$; $V_A + V_B - P = 0$

$$\frac{Pb}{L} + \frac{Pa}{L} - P = 0$$

$$P\left(\frac{b}{L} + \frac{a}{L} - 1\right) = 0$$

$$P\left(\frac{a+b}{L} - 1\right) = 0$$

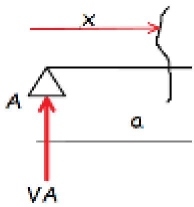
$$P(1 - 1) = 0 \quad \text{....... ok}$$

3.Menghitung dan menggambar gaya-gaya dalam

Konstruksi di bagi menjadi 2 bagian yaitu bagian A sampai C dan bagian C sampai B.

- Bagian A sampai dengan C ; $0 \leq x \leq a$

Sketsa



Bidang gaya geser/ Lintang (Q)

Q_{AC} = V_A = $\frac{Pb}{L}$ .... konstan sepanjang AC

Bidang momen lentur (M)

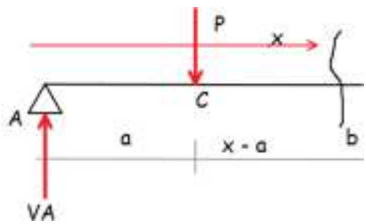
M_{AC} = V_A x = $\frac{Pb}{L}x$ .... persamaan garis/linear

x = 0 ; M_A = 0 = 0

x = a ; M_A = = $\frac{Pab}{L}$

- Bagian C sampai dengan B ; $\frac{L}{2}$ ≤ x ≤ L

Sketsa



Bidang gaya geser/ Lintang (Q)

Q_{CB} = V_A - P = $\frac{Pb}{L} - P = -\frac{Pa}{L}$ ...... konstan sepanjang CB

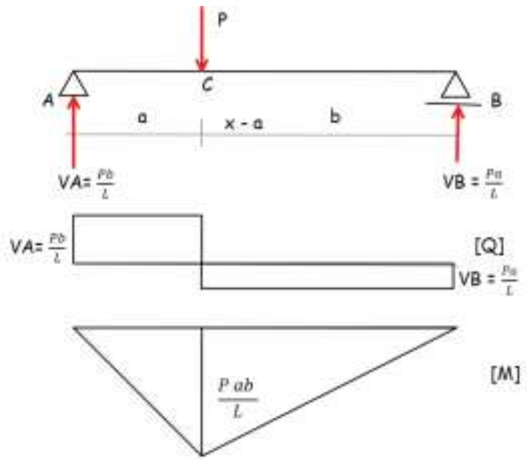
Bidang momen lentur (M)

$M_{AC} = V_A\ x - P\,(x-a)$ .... persamaan garis/linear

$x = a \quad ; M_c = \frac{Pb}{L}\ a = \frac{Pab}{L}$

$x = L \quad ; M_A = \frac{Pb}{L} L - P\,(L-a) = 0$

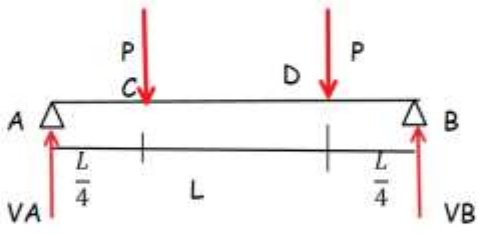
5. Gambar gaya-gaya dalam



Gambar 3.5. Gambar gaya-gaya dalam balok sederhana dengan beban P di sembarang bentang

3.4. Soal Penyelesaian 3.3.

Diketahui balok di atas 2 perletakan sendi-rol dibebani dengan 2 buah beban terpusat , seperti gambar di bawah ini. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 3.6. Balok sederhana dengan 2 buah beban terpusat

Penyelesain

1. Asumsi arah reaksi ke atas seperti pada soal.
   Hitung reaksi perletakan

$\sum M_A = 0$

$$+ (P \text{ x } \frac{L}{4}) + (P \text{ x } \frac{3L}{4}) - (V_B \text{x L}) = 0$$

$$\frac{P}{4} + \frac{3P}{4} - V_B = 0$$

$$V_B = P\ (\uparrow)$$

$\sum M_B = 0$

$$(V_B \text{x L}) - (P \text{ x } \frac{L}{4}) - (P \text{ x } \frac{3L}{4}) = 0$$

$$V_A - \frac{3P}{4} - \frac{P}{4} = 0$$

$$V_A = P(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) = P\ (\uparrow)$$

$\sum V = 0$

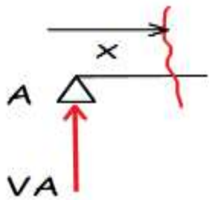
$$V_A + V_B - P - P = 0$$

$$P + P - P - P = 0$$

$$0 = 0$$

2. Hitung bidang-bidang gaya dalam

Bagian A – C ; $0 \leq X > \frac{L}{4}$



Gaya Lintang/geser

Qx = V_A = P .... konstan sepanjang AC

Momen lentur

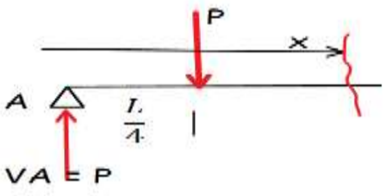
Mx = P . x

x = 0 = Ma = P . 0 = **0**

x = $\frac{L}{4}$ = Mc = P . $\frac{L}{4}$ = $\boldsymbol{\frac{PL}{4}}$

Bagian C – D ; $\frac{L}{4} \leq X > \frac{3L}{4}$

Sketsa



Bidang gaya geser/ lintang

Qx =V_A– P = 0 .... konstan sepanjang

Bidang momen lentur

Mx =V_A. x – P (x – $\frac{L}{4}$) .... persamaan linear

$= P\ x - P\ (x - \frac{L}{4})$

$x = \frac{L}{4}$ $\quad$ $Mc = P\ .\ \frac{L}{4} - P\ (\frac{L}{4} - \frac{L}{4})$

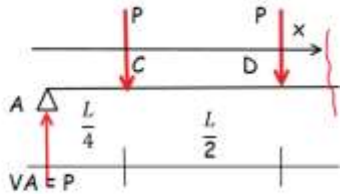
$= P.\ \frac{L}{4} - P\ (0) = \boldsymbol{\frac{PL}{4}}$

$x = \frac{3L}{4}$ $\quad$ $Md = P\ .\ \frac{3L}{4} - P\ (\frac{3L}{4} - \frac{L}{4})$

$= \frac{3PL}{4} - P\ (\frac{2L}{4}) = \boldsymbol{\frac{PL}{4}}$

Bagian D – B ; $\frac{3L}{4} \leq X > L$

Sketsa



Bidang Gaya Geser

$Q_{DB} = V_A - P - P$

$= P - P - P = -\ P$ .... konstan sepanjang DB

Bidang momen lentur

$Mx = V_A\ .\ x - P\ (x - \frac{L}{4}) - P\ (\ x.\ \frac{3L}{4})$

$Mx = P\ .\ x - P\ (x - \frac{L}{4}) - P\ (\ x - \frac{3L}{4})$ .... persamaan linear/ garis

$x = \frac{3L}{4}$; $\quad M_C = P\ .\ \frac{3L}{4} - P\ (\frac{3L}{4} - \frac{L}{4}) - P(\frac{3L}{4} - \frac{3L}{4})$

$= \frac{3PL}{4} - P(\frac{2L}{4}) - P(0)$

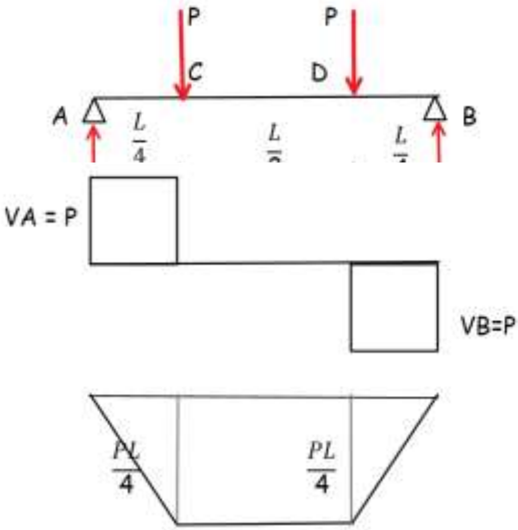
$$= \frac{3PL}{4} - \frac{2PL}{4} = \boldsymbol{\frac{PL}{4}}$$

x = L ; M_B= P . L – P(L- $\frac{L}{4}$) – P(L – $\frac{3L}{4}$)

$$= PL - P\left(\frac{3L}{4}\right) - P\left(\frac{L}{4}\right)$$

$$= PL - \frac{3PL}{4} - \frac{PL}{4} = \mathbf{0}$$

6. Gambar bidang-bidang gaya dalam

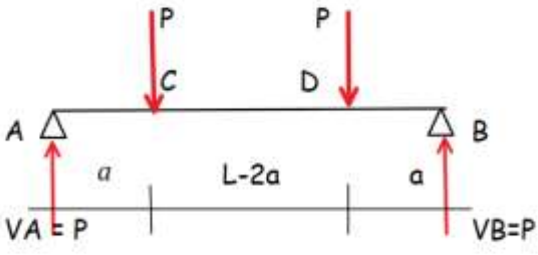


Gambar 3.7. Gambar gaya gaya dalam balok sederhana dengan 2 buah beban terpusat

3.5. Soal Penyelesaian 3.4

2 buah beban terpusat bekerja pada sebuah balok sederhana. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.

Penyelesaian:



Gambar 3.8. Balok sederhana dengan 2 buah beban terpusat

Penyelesaian

1. Hitung reaksi perletakan

$\sum M_A = 0$

$+ (P \text{ x } a) + (P \text{ x } (L-a)) - (V_B \text{ x } L) = 0$

$Pa + PL - Pa - (V_B \text{ x } L) = 0$

$Pa - Pa + P - V_B = 0$

$V_B = P\ (\uparrow)$

$\sum M_B = 0$

$+ (V_A \text{ x } L) - (P \text{ x } (L-a)) - (P \text{ x } a) = 0$

$(V_A \text{ x } L) - PL - Pa\ - Pa = 0$

$V_A - P - 0 = 0$

$V_A = P\ (\uparrow)$

$\sum V = 0$

$+ V_A + V_B - P - P = 0$

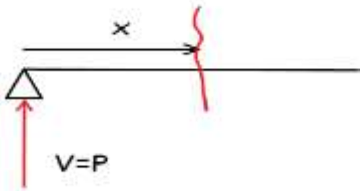
$P + P - P - P = 0$

$0 = 0$

2. Hitung bidang-bidang gaya dalam

Bagian A - C ; $0 \leq x \leq a$

Sketsa



Gaya geser / lintang

$Qx = V_A = P$

$V_A = P$ .... konstan sepanjang AC

Bidang momen lentur

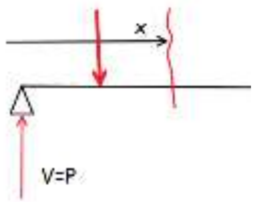
$M_X = P \cdot x$

$x = 0$; $M_A = P \cdot 0 = \mathbf{0}$

$x = a$; $M_C = P \cdot a = \boldsymbol{Pa}$

- Bagian C – D ; a ≤ x ≤ (L-a)

  Sketsa



Gaya geser/ lintang

$Qx = V_A - P = 0$

$V_A = P$ .... konstan sepanjang CD

Bidang momen lentur

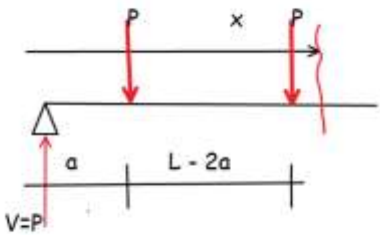
$M_X = V_A \cdot x - P(x - a)$ .... persamaan garis

$M_X = P \cdot x - P(x - a)$

$x = a$; $M_c = P \cdot a - P(a - a)$
$M_c = \boldsymbol{Pa}$

$x = L - a$; $M_D = P \cdot (L-a) - P((L-a) - a)$
$M_D = PL - Pa - PL + 2Pa$
$M_D = \boldsymbol{Pa}$

Bagian D – B ; (L- a) ≤ x ≤ L



Gaya geser

$Qx = V_A - P - P$
= P – P – P = - P ....konstan sepanjang DB

Bidang momen

$Mx = V_A x - P(x - a) - P(x - (L - a))$
$= Px - P(x - a) - P(x - (L - a))$
= Px – Px + Pa -Px + PL -Pa
= - PX + PL .... persamaan linear

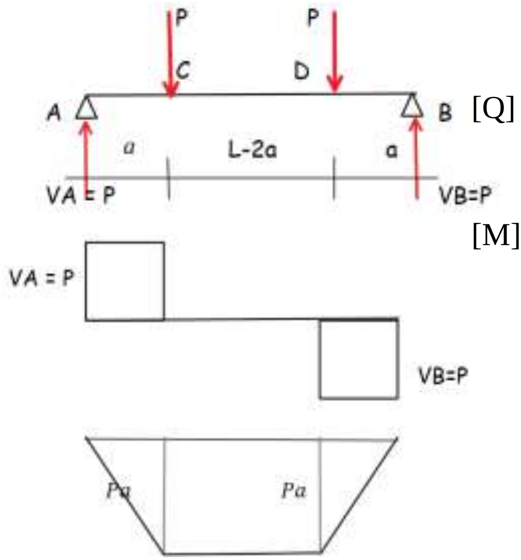
$x = (L - a)$; $M_C = -P$ (L-a) + PL
$M_C = -PL + Pa + PL$

$$M_C = \boldsymbol{Pa}$$

$$x = L \qquad ; \; M_B = -PL + PL$$

$$M_B = 0$$

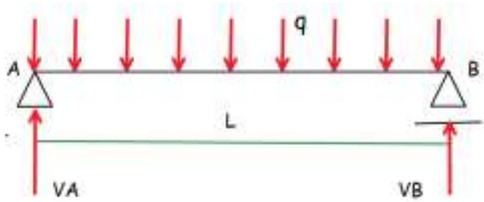
Gambar bidang-bidang gaya dalam



Gambar 3.9. Gambar gaya gaya dalam balok sederhana dengan 2 buah beban terpusat

3.6. Soal Penyelesaian 3.5.

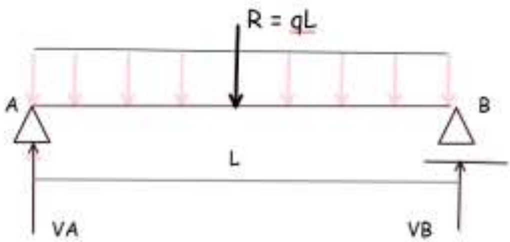
Balok sederhana yang dibebani oleh beban terbagi merata q sepanjang balok AB. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 3.10. Balok sederhana dengan terbagi merata

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B ke atas seperti pada gambar.
2. Untuk kepentingan analisa beban terbagi rata di ganti dengan resultan (R) yang berada di tengah bentang.



3. Selanjutnya reaksi V_A dan V_B dapat dihitung dengan menggunakan soal penyelesain 3.2.

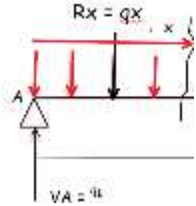
$$V_A = \frac{R}{2} = \frac{qL}{2}$$

$$V_B = \frac{R}{2} = \frac{qL}{2}$$

4. Menghitung gaya -gaya dalam

   Bagian AB; $0 \leq x \leq L$

sketsa



Gaya geser/ lintang

$$Q_X = V_A - qx$$

$Q_X = \frac{qL}{2} - qx$; ....persamaan linear/garis

$$x = 0 ; Q_{x=0} = \frac{qL}{2} - q0 = \frac{qL}{2}$$

$$x = \frac{L}{2} ; Q_{x=\frac{L}{2}} = \frac{qL}{2} - q\frac{L}{2} = 0$$

$$x = L ; Q_{x=L} = \frac{qL}{2} - qL = -\frac{qL}{2}$$

Momen lentur

$$M_X = V_A x - qx\frac{x}{2}$$

$M_X = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2}$; ....persamaan parabola

$$x = 0 ; M_{X=0} = M_A = 0$$

$$x = \frac{L}{4} ; M_{x=\frac{L}{4}} = \frac{qL}{2}\frac{L}{4} - q\frac{(\frac{L}{4})^2}{2} = \frac{3qL^2}{32}$$

$$x = \frac{L}{2} ; M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{qL}{2}\frac{L}{2} - q\frac{(\frac{L}{2})^2}{2} = \frac{qL^2}{8}$$

$$x = \frac{3L}{4} ; M_{x=\frac{3L}{4}} = \frac{qL}{2}\frac{3L}{4} - q\frac{(\frac{3L}{4})^2}{2} = \frac{3qL^2}{32}$$

$$x = L ; M_{x=L} = \frac{qL^2}{2} - \frac{qL^2}{2} = 0$$

Momen maksimum terjadi pada gaya geser minimum dan gaya geser maksimum terjadi pada momen lentur minimum .

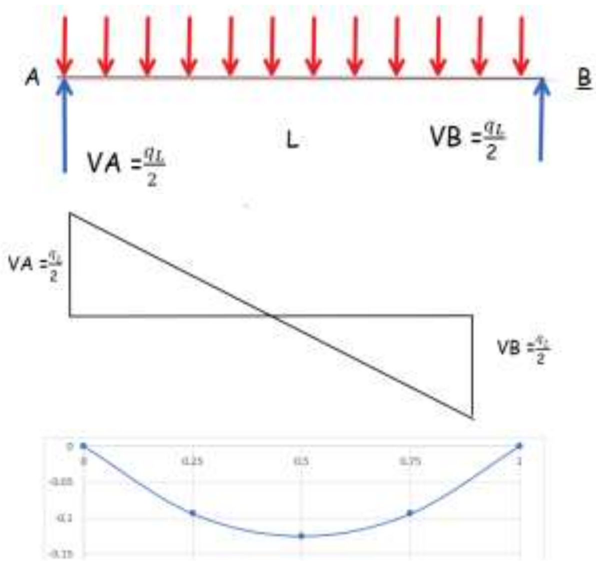
$$Q_x = \frac{dMx}{dx} = 0$$

$$Q_X = \frac{qL}{2} - qx = 0$$

$$x = \frac{L}{2}$$

Substitusi $x = \frac{L}{2}$ ke persamaan momen AB akan diperoleh momen maksimum sebesar $\frac{qL^2}{8}$

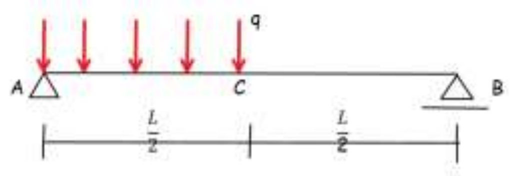
Gambar bidang gaya-gaya dalam



Gambar 3.11. Gaya-gaya dalam balok sederhana dengan terbagi merata

3.7. Soal penyelesaian 3.6.

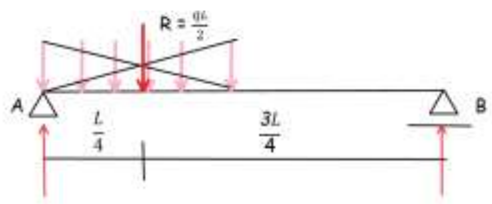
Balok dengan terbagi merata yang dibebani oleh beban terbagi merata q sebagian balok ABC. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 3.12. Balok sederhana dengan terbagi merata setengah bentang

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B ke atas seperti pada gambar.
2. Untuk kepentingan analisa beban terbagi rata di ganti dengan resultan (R)



3. Selanjutnya reaksi V_A dan V_B dapat dihitung dengan menggunakan penyelesain soal 3.2.

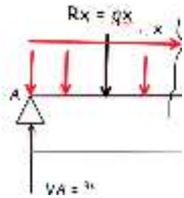
$$V_A = \frac{Rb}{L} = \frac{3qL}{8}$$

$$V_B = \frac{Ra}{L} = \frac{qL}{8}$$

4. Menghitung gaya -gaya dalam

Bagian AC; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$

sketsa



Gaya geser/ lintang

$Q_X = V_A - qx$

$Q_X = \frac{3qL}{8} - qx$; ....persamaan linear/garis

$x = 0 \,;\, Q_{x=0} = \frac{3qL}{8} - q0 = \frac{3qL}{8}$

$x = \frac{L}{4} \,;\, Q_{x=\frac{L}{4}} = \frac{3qL}{8} - \frac{qL}{4} = \frac{qL}{8}$

$x = \frac{L}{2} \,;\, Q_{x=\frac{L}{2}} = \frac{3qL}{8} - \frac{qL}{2} = \frac{-qL}{8}$

Momen lentur

$M_X = V_A x - qx\frac{x}{2}$

$M_X = \frac{3qL}{8}x - \frac{qx^2}{2}$; ....persamaan pangkat 2/ kwadrat

$x = 0 \,;\, M_{X=0} = M_A = 0$

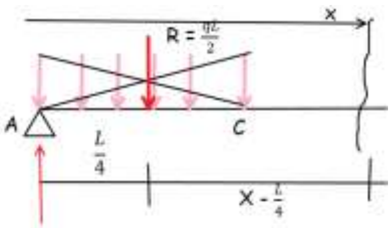
$x = \frac{L}{8} \,;\, M_{x=\frac{L}{8}} = \frac{qL}{2}\frac{L}{8} - q\frac{(\frac{L}{8})^2}{2} = \frac{3qL^2}{72}$

$x = \frac{L}{4} \,;\, M_{x=\frac{L}{4}} = \frac{3qL}{8}\frac{L}{4} - q\frac{(\frac{L}{4})^2}{2} = \frac{qL^2}{16}$

$$x = \frac{3L}{8} ; M_{x=\frac{3L}{8}} = \frac{qL}{2}\frac{3L}{8} - q\frac{(\frac{3L}{8})^2}{2} = \frac{15qL^2}{128}$$

$$x = \frac{L}{2} ; M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{3qL}{8}\frac{L}{2} - q\frac{(\frac{L}{2})^2}{2} = \frac{qL^2}{16}$$

Bagian CD ; $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



Gaya geser

$Q_x = V_A - R$

$Q_x = \frac{3qL}{8} - \frac{qL}{2} = -\frac{qL}{8}$ .... konstan sepanjang balok CB

Momen Lentur

$M_x = V_A\, x - R\,(x - \frac{L}{4})$

$M_x = \frac{3qL}{8}\, x - \frac{qL}{2}\left(x - \frac{L}{4}\right)$ .... persamaan linear

$M_{x=\frac{L}{2}} = M_c = \frac{3qL}{8}\,\frac{L}{2} - \frac{qL}{2}\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{4}\right) = \frac{qL^2}{16}$

$M_{x=L} = M_B = \frac{3qL}{8}\, L - \frac{qL}{2}\left(L - \frac{L}{4}\right) = 0$

Momen maksimum terjadi pada gaya geser minimum pada batang AC dan gaya geser maksimum terjadi pada momen lentur minimum .

$$Q_x = \frac{dMx}{dx} = 0$$

$$Q_X = \frac{3qL}{8} - qx = 0$$

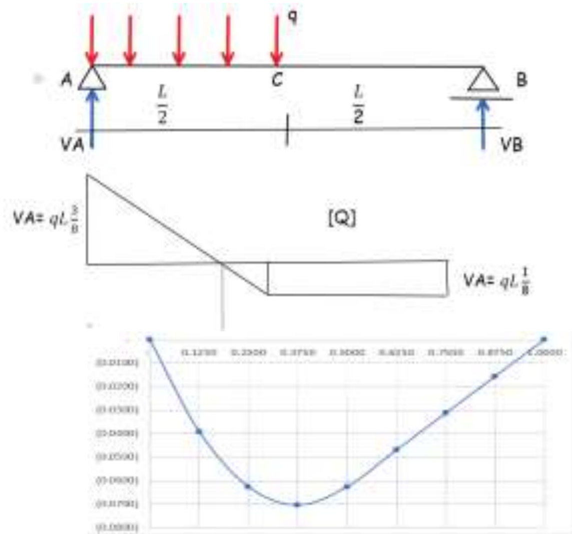
$$x = \frac{3L}{8}$$

Persamaan momen bagian AB

$M_X = \frac{3qL}{8}x - \frac{qx^2}{2}$; ....persamaan pangkat kwadrat

$x = \frac{3L}{8}$; $M_{max=\frac{3L}{8}} = \frac{qL}{2}\frac{3L}{8} - q\frac{(\frac{3L}{8})^2}{2} = \frac{15qL^2}{128}$

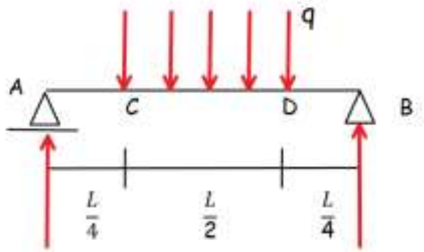
Gambar gaya -gaya dalam



Gambar 3.13. Gambar gaya-gaya dalam balok sederhana dengan terbagi merata setengah bentang

3.8. Soal Penyelesaian 3.7.

Balok di atas 2 perletakan sendi-rol dengan beban merata ditengah-tengah bentang sepanjang $\frac{L}{2}$. Hitung reaksi di tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam



Gambar 3.14. Balok sederhana dengan terbagi merata di tengah bentang

Penyelesaian:

1. Hitung reaksi perletakan

$$\sum M_A = 0$$

$$+ \text{R} \, . \frac{L}{2} - V_B \, . \text{L} = 0$$

$$\frac{qL}{2} . \frac{L}{2} - V_B \, . \text{L} = 0$$

$$\frac{qL^2}{4} - V_B \, . L = 0$$

$$V_B = \boldsymbol{\frac{qL}{4}} \; (\uparrow)$$

$$\sum M_B = 0$$

$$V_A \, . \text{L} - \text{R} \, . \frac{L}{2} = 0$$

$$V_A \, . \text{L} - \frac{qL}{2} . \frac{L}{2} = 0$$

$$V_A \cdot L - \frac{qL^2}{2} = 0$$

$$V_A = \frac{\boldsymbol{qL}}{\boldsymbol{4}} \quad (\uparrow)$$

$\sum V = 0$

$$V_A + V_B - R = 0$$

$$\frac{qL}{4} + \frac{qL}{4} - \frac{qL}{2} = 0$$

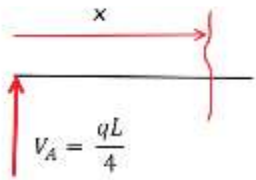
$$\frac{qL}{4} + \frac{qL}{4} - \frac{2qL}{4} = 0$$

$$qL\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{2}{4}\right) = 0$$

$$0 = 0$$

2 . Hitung bidang-bidang gaya dalam

Bagian A – C ; $0 \leq X > \frac{L}{4}$



Gaya geser/ lintang

Qx = V_A .... konstan sepanjang AC

$V_A = \frac{qL}{4}$

Momen lentur

$M_X = V_A \cdot x$

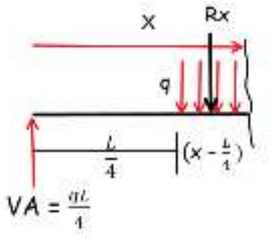
$= \frac{qL}{4} \cdot x$ ....persamaan garis

$x = 0$; $M_A = 0$

$x = \frac{L}{4}$; $M_C = \frac{qL}{4} \cdot \frac{L}{4} = \frac{qL^2}{16}$

Bagian C – D ; $\frac{L}{4} \leq X > \frac{3L}{4}$

Sketsa



Bidang gaya geser/ lintang

$Q_x = V_A - R_x$

$= \frac{qL}{4} - q\left(x - \frac{L}{4}\right)$ .... persamaan linear

$x = \frac{L}{4}$; $Q_C = \frac{qL}{4} - q\left(\frac{L}{4} - \frac{L}{4}\right)$

$Q_C = \boldsymbol{\frac{qL}{4}}$

$x = \frac{3L}{4}$; $Q_D = \frac{qL}{4} - q\left(\frac{3L}{4} - \frac{L}{4}\right)$

$Q_D = \frac{qL}{4} - \frac{2qL}{4} = -\boldsymbol{\frac{qL}{4}}$

Momen lentur

$M_x = V_A\, x - R_x \frac{\left(x - \frac{L}{4}\right)}{2}$

$= \frac{qL}{4}x - \frac{q}{2}\left(x - \frac{L}{4}\right)^2$ .... persamaan kwadrat

$x = \frac{L}{4} = M_C = \frac{qL}{4} \cdot \frac{L}{4} - \frac{q}{2} \left(\frac{L}{4} - \frac{L}{4} \right)^2$

$M_C = \frac{qL^2}{16}$

$x = \frac{L}{2}$; $M_x = \frac{qL}{4} \cdot \frac{L}{2} - \frac{q}{2} \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{4} \right)^2$

$M_x = \frac{4qL^2}{32} - \frac{qL^2}{32}$

$M_x = \boldsymbol{\frac{3qL^2}{32}}$

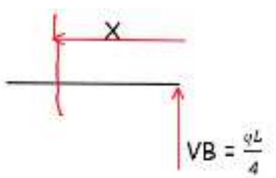
$x = \frac{3L}{4}$; $M_D = \frac{qL}{4} \cdot \frac{3L}{4} - \frac{q}{2} \left(\frac{3L}{4} - \frac{L}{4} \right)^2$

$M_D = \frac{3qL^2}{16} - \frac{q}{2} \left(\frac{2L}{4} \right)^2$

$M_D = \frac{3qL^2}{16} - \frac{q}{2} \cdot \frac{L}{4}$

$M_D = \boldsymbol{\frac{qL^2}{16}}$

- Bagian B – D ; $0 \leq X > \frac{L}{4}$



Bidang gaya geser

Qx = - V_B= $-\frac{qL}{4}$ .... konstan

Bidang momen lentur

$M_X = V_B$. x

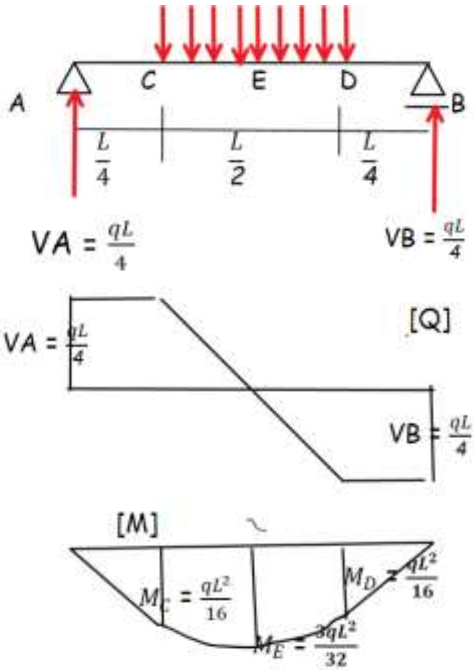
$M_X = -\frac{qL}{4}$. x

$$x = 0\ ;\ \ M_B = \frac{qL}{4}\ .\ 0 = \mathbf{0}$$

$$x = \frac{L}{4}\ ;\ \ M_D = \frac{qL}{4}\ .\ \frac{L}{4}$$

$$M_D = \boldsymbol{\frac{qL^2}{16}}$$

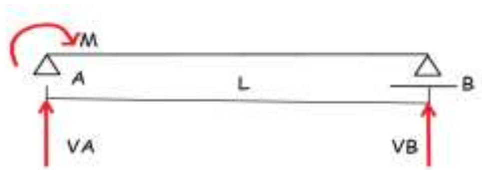
3. Gambar bidang-bidang gaya dalam



Gambar 3.15. Gambar gaya-gaya dalam balok sederhana dengan terbagi merata di tengah bentang

3.9.Soal penyelesaian 3.8.

Balok sederhana dengan beban Momen pada salah satu tumpuannya. .Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam. Arah reaksi tumpuan di asumsi ke atas seperti pada gambar.



Gambar 3.16. Balok sederhana dengan momen di tumpuan

Penyelesaian

$\sum M_A = 0\,;$ $\quad M - V_B L = 0$

$V_B = \frac{M}{L}$ arah reaksi V_B ke atas

$\sum M_B = 0\,;$ $\quad M + V_A L = 0$

$V_A = -\frac{M}{L}$ arah reaksi V_A ke bawah

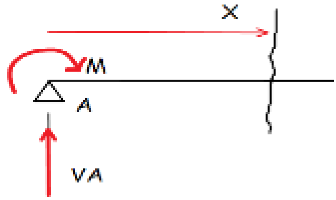
$\sum V = 0\,;$ $\quad V_A + V_B = 0$

$-\frac{M}{L} + \frac{M}{L} = 0$

$0 = 0$

Menghitung gaya -gaya dalam

Bagian AB; $0 \le x \le L$



Gaya geser/ lintang

$Q_X = -V_A$

$Q_X = -\frac{M}{L}$; .... Konstan sepanjang balok AB

Momen lentur

$M_X = V_A x - M$

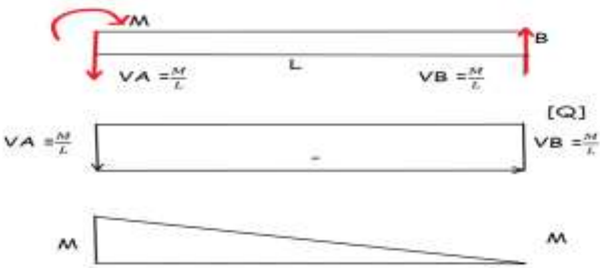
$M_X = \frac{M}{L} x - M$; ....persamaan garis

$x = 0 \,;\, M_{X=0} = M_A = -M$

$x = \frac{L}{2} \,;\, M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{M}{L}\frac{L}{2} - M = -\frac{M}{2}$

$x = L \,;\, M_{x=L} = \frac{M}{L} L - M = 0$

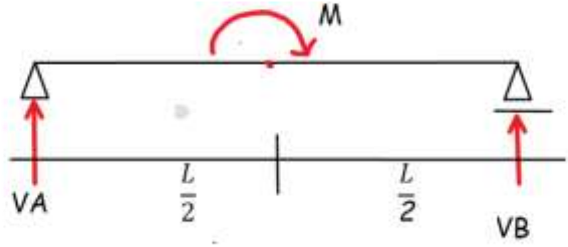
Ganbar gaya-gaya dalam



Gambar 3.17. Gaya-gaya dalam balok sederhana dengan momen di tumpuan

3.10. Soal penyelesaian 3.9.

Balok sederhana dengan beban Momen di tengah bentang. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam. Arah reaksi tumpuan di asumsi ke atas seperti pada gambar.



Gambar 3.18. Balok sederhana dengan momen di tengah bentang

Penyelesaian

$$\sum M_A = 0; \qquad M - V_B L = 0$$

$$V_B = \frac{M}{L}$$

$$\sum M_B = 0; \qquad M + V_A L = 0$$

$$V_A = -\frac{M}{L}$$

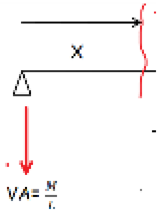
$$\sum V = 0; \qquad V_A + V_B = 0$$

$$-\frac{M}{L} + \frac{M}{L} = 0$$

Menghitung gaya -gaya dalam

Bagian AC; $0 \leq x \leq L$

Sketsa



Gaya geser/ lintang

$Q_X = -V_A$

$Q_X = -\frac{M}{L}$; .... Konstan sepanjang AC

Momen lentur

$M_X = V_A x$

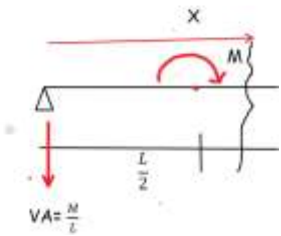
$M_X = -\frac{M}{L} x$; ....persamaan garis

$x = 0$; $M_{X=0} = M_A = -M$

$x = \frac{L}{2}$; $M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{M}{L}\frac{L}{2} - M = -\frac{M}{2}$

Bagian CB; $\frac{L}{2} \leq x \leq L$

Sketsa



Gaya geser/ lintang

$Q_X = -V_A$

$Q_X = -\frac{M}{L}$; .... Konstan sepanjang CB

Momen lentur

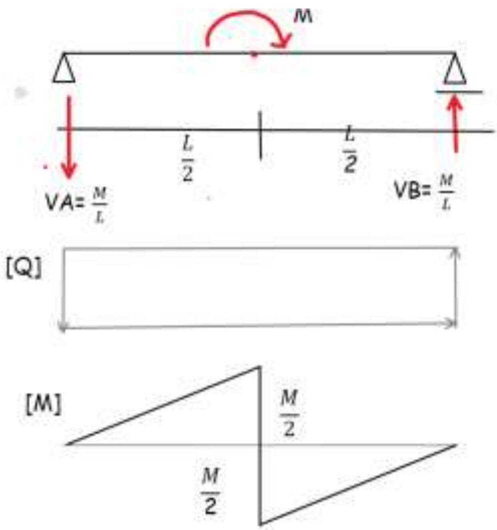
$M_X = V_A x + M$

$M_X = -\frac{M}{L}x + M$; ....persamaan garis

$x = \frac{L}{2}$; $M_{X=\frac{L}{2}} = M_C = \frac{M}{2}$

$x = L$; $M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{M}{L}L - M = 0$

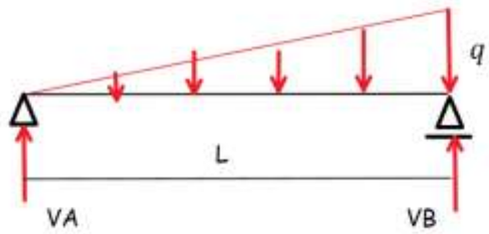
Gambar gaya-gaya dalam



Gambar 3.19. Gaya-gaya dalam balok sederhana dengan momen di tengah bentang

3.11. Soal penyelesain 3.10.

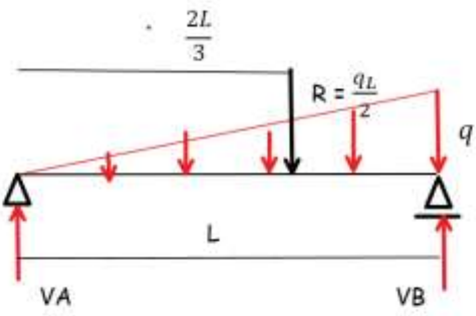
Balok sederhana dengan beban segitiga. Hitung reaksi di tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam



Gambar 3.20. Balok sederhana dengan beban segitiga

Menghitung dan gambar gaya-gaya dalam

1) Menghitung resultan gaya beban segitiga terbagi rata

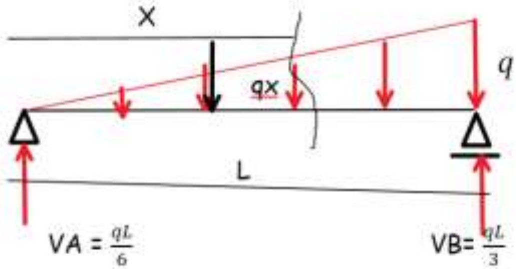


Reaksi tumpuan dihitung dengan menggunakan soal penyelesain 3.2. Resultan dari beban segitiga sebesar, $R = \frac{qL}{2}$. Posisi R adalah titik berat dari beban segitiga berjarak dari $\frac{2L}{3}$ dari titik A dan $\frac{L}{3}$ dari titik B.

Reaksi tumpuan A ; $V_A = \frac{R\frac{L}{3}}{L} = \frac{qL}{2} x \frac{1}{3} = \frac{qL}{6}$

Reaksi tumpuan B ; $V_B = \frac{R\frac{2L}{3}}{L} = \frac{qL}{2} x \frac{2}{3} = \frac{qL}{3}$

Menghitung dan menggambar gaya-gaya dalam bagian AB



$$\frac{q_x}{x} = \frac{q}{L};$$

$$q_x = \frac{q}{L} x$$

$$R_x = q_x \frac{x}{2}$$

$$= \frac{q}{L} x \frac{x}{2}$$

$$= \frac{qx^2}{2L}$$

Gaya geser/ Lintang

$$Q_x = V_A - R_x$$

$Q_{AB} = \frac{qL}{6} - \frac{qx^2}{2L}$ .... Persamaan Parabola

$$x = 0 ; Q_A = \frac{qL}{6}$$

$$x = \frac{L}{2} ; Q_{x=\frac{L}{2}} = \frac{qL}{6} - \frac{q\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2L} = \frac{qL}{24}$$

$$x = L ; Q_A = \frac{qL}{6} - \frac{qL}{2} = -\frac{qL}{3}$$

Bidang Momen Lentur

$M_x = V_A . x - R_x . \frac{x}{3}$

$= \frac{qL}{6} . x - \frac{qx^2}{2L} \frac{x}{3}$

$= \frac{qL}{6} . x - \frac{q_{x^3}}{6L}$ .... persamaan pangkat 3

x = 0 ; $M_{x=0} = M_A = 0$

x = $\frac{L}{2}$; $M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{qL}{6} . \frac{L}{2} - \frac{q_{\left(\frac{L}{2}\right)^3}}{6L} = \frac{qL^2}{16}$

x = L ; $M_B = \frac{qL^2}{6} - \frac{q_{(L)^3}}{6L} = 0$

Menghitung Momen maksimum

$Q_{AB} = \frac{qL}{6} - \frac{q_x{}^2}{2L} = 0$

$\frac{x^2}{2L} = \frac{L}{6}$

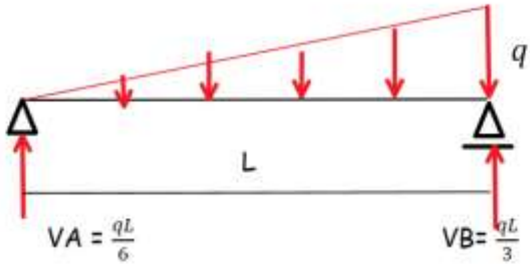
$x^2 = \frac{L^2}{3}$

X = L$\sqrt{\frac{1}{3}} = 0.577 L$

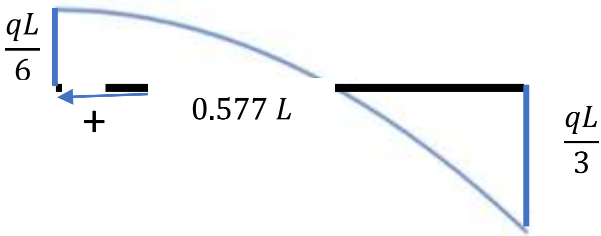
$M_x = \frac{qL}{6} . x - \frac{q_{x^3}}{6L}$

$M_{max} = \frac{qL}{6} .0.577L - \frac{q\ (0.577L)^3}{6L}$= 0.06415 qL^2

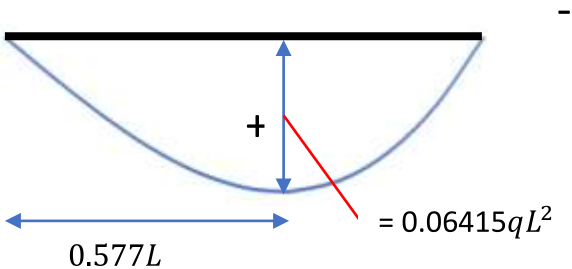
Gambar gaya-gaya dalam



Bidang gaya geser



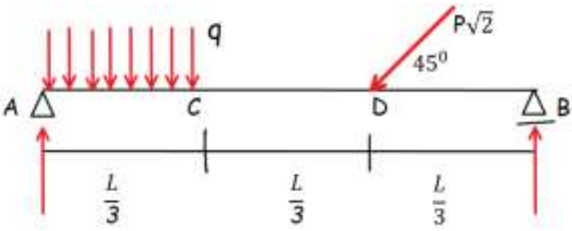
Bidang Momen



Gambar 3.21. Gaya-gaya dalam balok sederhana dengan beban terbagi merata segitiga

3.12 Soal penyelesaian 3.11

Hitung reaksi di tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam soal di bawah ini.



Gambar 3.22. Balok sederhana dengan terbagi merata dan terpusat

Penyelesaian

1. Hitung resultan dari beban terbagi rata

   $R = q \times \frac{L}{3} = \frac{qL}{3}$

   Posisi R berada ditengah dari beban terbagi rata atau berjarak $\frac{L}{6}$ dari titik A.

2. Beban terpusat $P\sqrt{2}$ di proyeksikan terhadap sumbu sejajar batang AB dan sumbu tegak lurus batang AB.

$P\sqrt{2}\ di\ proyeksikan\ tegak\ lurus\ batang\ AB$;

$$P_v = P\sqrt{2} \times Sin\ 45°$$

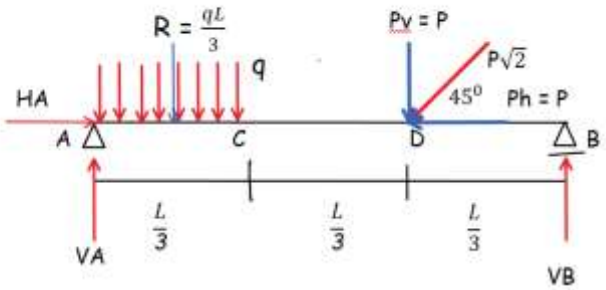
$$P_v = P\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = P$$

$P\sqrt{2}\ diproyeksikan\ sejajar\ batang\ AB$;

$$P_h = P\sqrt{2} \times Cos\ 45°$$

$$P_h == P\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = P$$

3. Resultan dari beban terbagi rata q adalah R sebesar $\frac{qL}{3}$ berjarak $\frac{L}{6}$ dari titik A. Beban P$\sqrt{2}$ diganti dengan Pv dan Ph .



4. Menghitung reaksi tumpuan

$$\sum H_A = 0$$
$$H_A - P = 0$$
$$H_A = P$$

$$\sum M_A = 0$$
$$-V_B \times L + P \times \frac{2L}{3} + R \times \left(\frac{\frac{L}{3}}{2}\right) = 0$$
$$-V_B \times L + \frac{2PL}{3} + \frac{qL}{3} \times \frac{L}{6} = 0$$
$$-V_B L + \frac{13qL^2}{18} = 0$$
$$V_B = \frac{13qL}{18}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$V_A \times L - R \times \left(\frac{\frac{L}{3}}{2} + \frac{2L}{3}\right) - P \times \frac{L}{3} = 0$$

$$V_A \times L - \frac{qL}{3} \times \frac{5L}{6} - \frac{PL}{3} = 0$$

$$V_A L - \frac{11qL^2}{18} = 0$$

$$V_A = \frac{11qL}{18}$$

$$\sum V = 0$$

$$V_A + V_B - R - P = 0$$

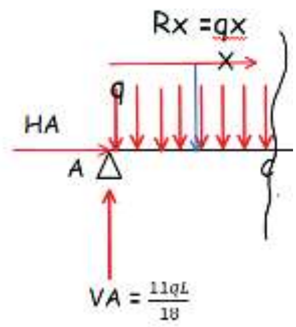
$$\frac{11qL}{18} + \frac{13qL}{18} - \frac{qL}{3} - qL = 0 \qquad = 0$$

$$\frac{24qL}{18} - \frac{qL}{3} - qL = 0$$

$$0 = 0$$

Langkah 4: Menghitung gaya gaya dalam

- Bagian A - C; $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$



Gaya Normal (N)

$$N_x = P_H = P = qL$$

$$N_{AC} = P_H = P = qL$$

Gaya geser/ Lintang (Q)

$$Q_X = V_A - R_x$$
$$Q_X = V_A - qX$$

$x = 0;\ Q_A = V_A = \frac{11qL}{18}$

$x = \frac{L}{6}; Q_C = V_A - \frac{qL}{6} = \frac{11qL}{18} - \frac{qL}{6} = \frac{8qL}{18}$

$x = \frac{L}{3}; Q_D = V_A - \frac{qL}{3} = \frac{11qL}{18} - \frac{qL}{3} = \frac{5qL}{18}$

$$M_X = V_A \times x - \text{q.x.}\frac{x}{2} = V_A \times x - \text{q.}\frac{x^2}{2}$$

$x = 0; M_A \ = V_A \times x = \frac{11qL}{18} \times 0 = 0$

$x = \frac{L}{6}; M_C \ = V_A \times x - q\,\frac{(\frac{L}{6})^2}{2}$

$= \frac{11qL}{18} \times \frac{L}{6} - \frac{qL^2}{72}$

$= \frac{11qL^2}{108} - \frac{qL^2}{72}$

$= \frac{792qL^2}{7776} - \frac{108qL^2}{7776}$

$= \frac{684qL^2}{7776} = \frac{19qL^2}{216}$

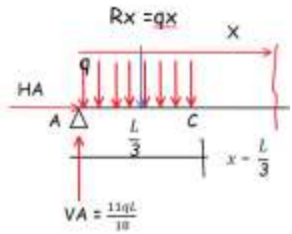
$x = \frac{L}{3}; M_C = V_A \times x - R \times \left(\frac{L}{6}\right)$

$= \frac{11qL}{18} \times \frac{L}{3} - q \times \left(\frac{L}{3}\right) \times \left(\frac{L}{6}\right)$

$= \frac{11qL^2}{54} - \frac{qL^2}{18}$

$= \frac{8qL^2}{54}$

- Bagian C - D; $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{2L}{3}$



Gaya normal

$$N_x = P_H - P = 0$$

Gaya geser / lintang

$$Q_X = V_A - R$$

$$x = \frac{L}{3}; Q_D = \frac{11qL}{18} - \frac{qL}{3} = \frac{5qL}{18}$$

$$x = \frac{2L}{3}; Q_E = \frac{11qL}{18} - \frac{qL}{3} = \frac{5qL}{18}$$

$$M_X = V_A \times x - R \times \left(x - \frac{L}{6}\right)$$

$$x = \frac{L}{3}; M_D = V_A \times x - R \times \frac{L}{6}$$

$$= \frac{11qL}{18} \times \frac{L}{3} - \frac{qL}{3} \times \frac{L}{6}$$

$$= \frac{11qL^2}{54} - \frac{qL}{3} \times \frac{L}{6}$$

$$= \frac{11qL^2}{54} - \frac{qL^2}{18} = \frac{8qL^2}{54}$$

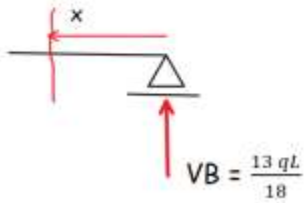
$$x = \frac{2L}{3}; M_E = V_A \times x - R \times \left(x - \frac{L}{6}\right)$$

$$= \frac{11qL}{18} \times \frac{2L}{3} - \frac{qL}{3} \times \left(\frac{2L}{3} - \frac{L}{6}\right)$$

$$= \frac{11qL}{18} \times \frac{2L}{3} - \frac{qL}{3} \times \frac{L}{2}$$

$$= \frac{22qL^2}{54} - \frac{qL^2}{6} = \frac{13qL^2}{54}$$

- **Bagian B - E; $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$**



Bidang gaya Geser

$Q_x = V_B = \frac{13\,qL}{18}$ .... konstan sepanjang BE

Momen lentur

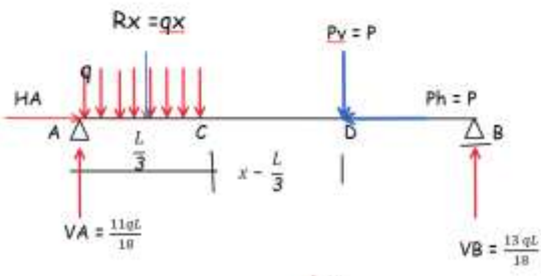
$Mx = V_B\ x$

$Mx = \frac{13\,qL}{18}\ x$

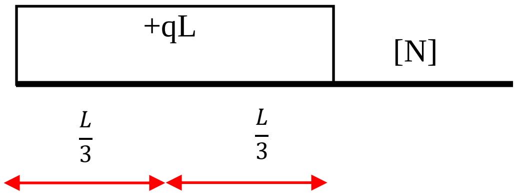
$X = 0$; $M_B = 0$

$X = \frac{L}{3}$; $M_E = \frac{13\,qL}{18}\ x\ \frac{L}{3} = \frac{13\,qL^2}{54}$

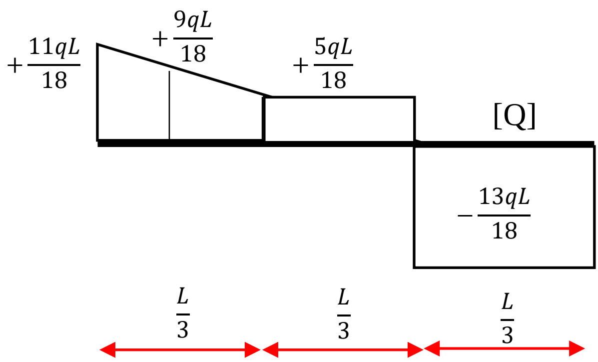
5. Menggambar Gaya Dalam



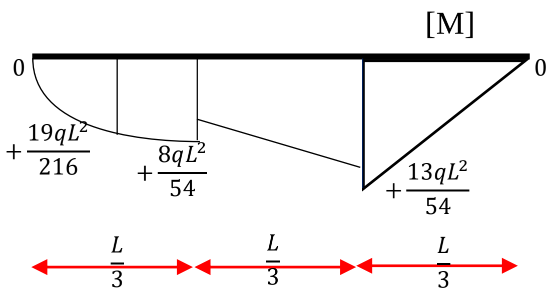
- Gaya Normal



- Gaya Geser



- Gaya Momen



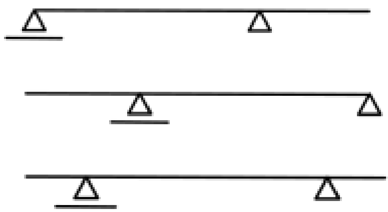
Gambar 3.23. Gaya-gaya dalam balok sederhana dengan terbagi merata dan terpusat

BAB IV

BALOK DI ATAS DUA PERLETAKAN SENDI DAN ROL DENGAN OVERSTEK

4.1. Pendahuluan

Balok di atas dua perletakan sendi dan rol dengan overstek adalah balok dengan tumpuan sendi rol yang salah satu ujungnya atau kedua ujungnya adalah bebas, seperti gambar di bawah ini. Jenis konstruksi balok ini menghasilkan momen negatif yang dapat mereduksi momen positif. Reaksi yang muncul akibat pembebanan dapat dianalisa dengan menggunakan persamaan keseimbangan sehingga konstruksi ini termasuk struktur statis tertentu.



Gambar 4.1. Balok di atas tumpuan sendi dan rol dengan overstek.

Langkah-langkah penyelesaian konstruksi balok dengan tumpuan sendi dan rol dengan overtek yaitu:

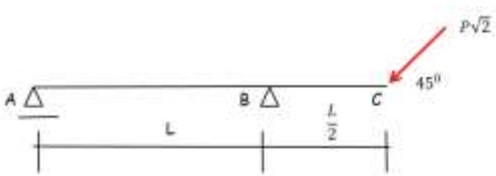
1. Reaksi horisontal dihitung dengan menggunakan persamaan keseimbangan jumlah gaya gaya dalam arah horisontal sama dengan nol, $\sum H = 0$.

2. Reaksi vertikal dihitung dengan menggunakan persamaan keseimbangan jumlah momen pada perletakan sama dengan nol. $\sum M = 0$.

3. Sebagai kontrol, dilakukan perhitungan jumlah gaya dalam arah vertikal sama dengan nol$\sum H = 0$

4.2.Soal penyelesaian 4.1.

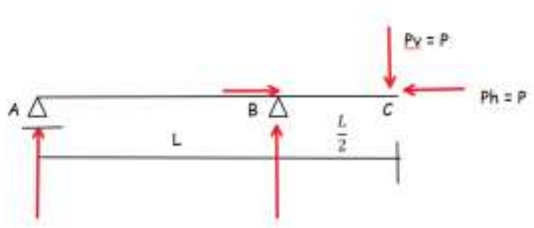
Sebuah balok di atas dua perletakan dengan overstek dibebani dengan beban sebesar P$\sqrt{2}$ dengan sudut 45^0 pada bagian ujung overstek seperti pada gambar di bawah ini. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 4.2. Balok overstek dengan beban P

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi seperti gambar



Persamaan keseimbangan

$\sum H = 0;$ $H_B - P = 0$

$\sum M_A = 0$ $-V_B L + P\,\frac{3L}{2} = 0$

$V_B = \frac{3P}{2}$

$\sum M_B = 0$ $+V_A\,L + P\,\frac{L}{2} = 0$

$V_A = -\,\frac{P}{2}$

Catatan : tanda minus (-) memberikan informasi bahwa arah gaya pemisalan V_A ke atas di awal perhitungan ternyata terbalik seharusnya arah gaya V_A ke bawah.

$\sum V = 0;$

$V_A + V_B - P = 0$

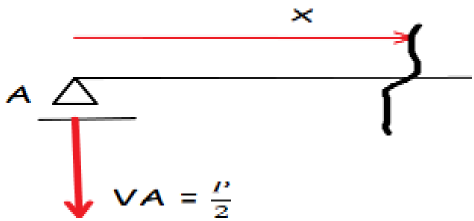
$-\,\frac{P}{2} + \frac{3P}{2} - P = 0$

$P\,(-\,\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 1) = 0$

$0 = 0$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq L$



sketsa

Gaya lintang/geser

$Q_x = V_A$ .... konstan dari AB

$Q_x = -\frac{P}{2}$

Momen lentur

$M_x = V_A\ x$ .... linear dari AB

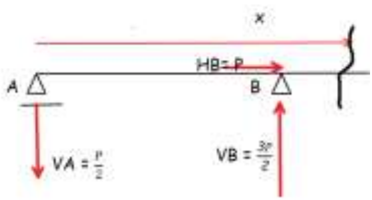
$M_x = -\frac{P}{2}\ x$

$X = 0$; $M_{x=0} = M_A = 0$

$X = L$; $M_{x=\frac{L}{2}} = M_B = -\frac{PL}{2}$

Bagian BC ; $L \leq x \leq \frac{3L}{2}$

sketsa



Gaya Normal

Nx = P (tekan) .... konstan dari

BC

Gaya geser

$Q_x = V_A - V_B$.. konstan dari AB

$Q_x = -\frac{P}{2} + \frac{3P}{2} = P$

Bidang momen

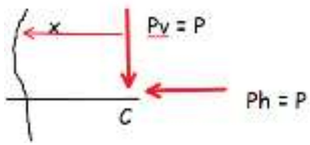
$M_x = V_A\ x$ .... linear dari AB

$M_x = -\frac{P}{2}\, x$

$X = 0$; $M_{x=0} = M_A = 0$

$X = L$; $M_{x=\frac{L}{2}} = M_B = -\frac{PL}{2}$

Bagian CB; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



Gaya Normal

Nx = P (tekan)

Gaya Geser

Qx = P

Momen lentur

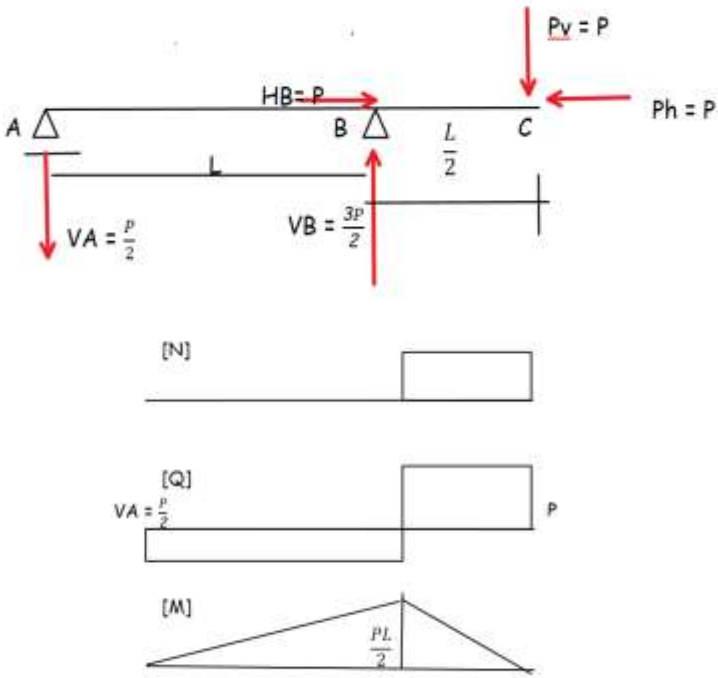
$Mx = - PX$

Momen CB mengambil arah tinjauan dari sebelah kanan sehingga momen yang searah jarum jam diberi notasi negatif (-).

$X = 0$; $\qquad M_C = 0$

$X = \frac{L}{2}$; $\qquad M_B = - \frac{PL}{2}$

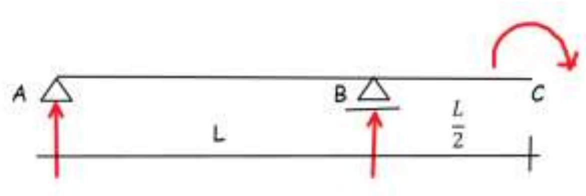
Gambar Gaya- gaya dalam



Gambar 4.3. Gaya-gaya dalam balok overstek dengan beban P

4.3.Soal penyelesaian 4.2.

Sebuah balok di atas dua perletakan dengan overstek dibebani dengan beban M pada titik C seperti pada gambar di bawah ini. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 4.4. Balok overstek dengan beban M

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B seperti pada gambar.

Persamaan keseimbangan

$\sum M_A = 0$ $\quad$ $-V_B L + M = 0$

$$V_B = \frac{M}{L}$$

$\sum M_B = 0$ $\quad$ $+V_A L + M = 0$

$$V_A = -\frac{M}{L}$$

Catatan : tanda minus (-) memberikan informasi bahwa arah gaya pemisalan V_A ke atas di awal perhitungan ternyata terbalik seharusnya arah gaya V_A ke bawah.

$\sum V = 0;$ $\quad$ $V_A + V_B = 0$

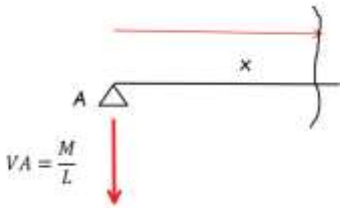
$$-\frac{M}{L} + \frac{M}{L} = 0$$

$$0 = 0$$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq L$

sketsa



Gaya lintang/geser

$Q_x = V_A$ .... konstan dari AB

$Q_x = -\frac{M}{L}$

Momen lentur

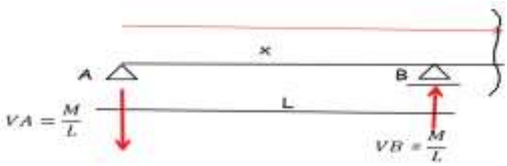
$M_x = -\frac{M}{L}\ x$ .... linear dari AB

$X = 0 \quad ; M_{x=0} = M_A = 0$

$X = L \quad ; M_{x=L} = M_B = -M$

Bagian BC ; $L \leq x \leq \frac{3L}{2}$

sketsa



Gaya geser

$Q_x = V_A + V_B$ .... konstan

$Q_x = -\frac{M}{L} + \frac{M}{L} = 0$ .... konstan sepanjang AB

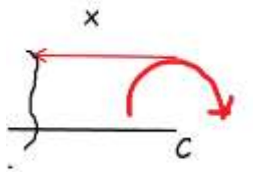
Bidang momen

$M_x = = -\frac{M}{L}\ x + \frac{M}{L}\ (X - L)$ .... linear dari AB

$X = L$; $M_{x=L} = M_B = -M$

$X = \frac{3L}{2}$; $M_{x=\frac{3L}{2}} = M_B = -M$

Bagian CB; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



Momen lentur

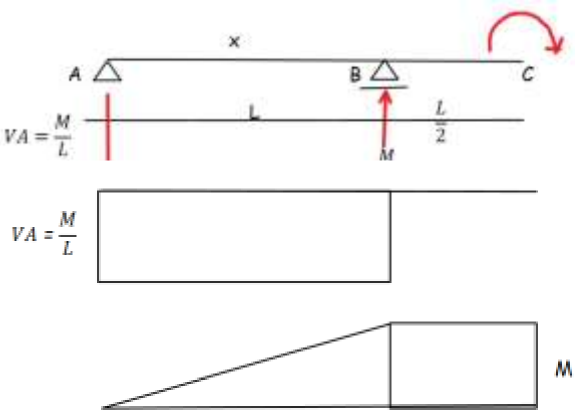
$Mx = -M$

Momen CB mengambil arah tinjauan dari sebelah kanan sehingga momen yang searah jarum jam diberi notasi negatif (-).

$X = 0$; $M_c = -M$

$X = \frac{L}{2}$; $M_B = -M$

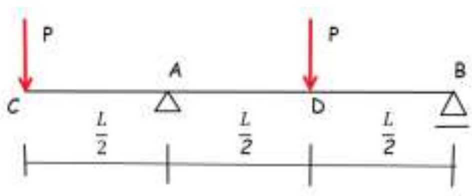
Gambar bidang gaya-gaya dalam



Gambar 4.5. Gambar gaya-gaya dalam balok overstek dengan beban M

4.4.**Soal penyelesain 4.3**.

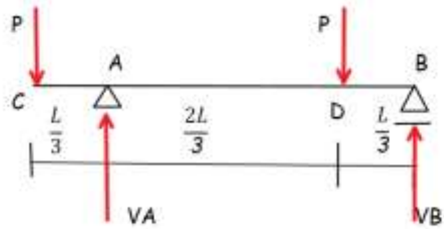
Sebuah balok di atas dua aperletakan dengan Overstek dibebani dengan beban P pada titik C dan titik D seperti pada gambar di bawah ini . Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 4.6. Balok overstek dengan beban dua buah P

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B seperti pada gambar.



Persamaan keseimbangan

$\sum M_A = 0;$

$$-P\frac{L}{3} + P\frac{2L}{3} - V_B L = 0$$

$$V_B = \frac{P}{3}$$

$\sum M_B = 0;$

$$-P\frac{L}{3} - P\frac{4L}{3} + V_A L = 0$$

$$V_A = \frac{5P}{3}$$

$\sum V = 0;$

$$V_A + V_B - P - P = 0$$

$$\frac{5P}{3} + \frac{P}{3} - P - P = 0$$

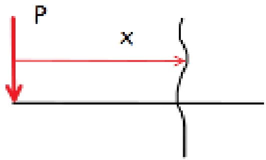
$$P\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{3} - 1 - 1\right) = 0$$

$$0 = 0$$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian CA ; $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$

sketsa



Gaya lintang/geser

$Q_x = -P$ .... konstan dari CA

Momen lentur

$M_x = -P x$ .... linear dari CA

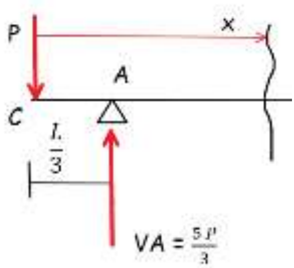
$M_x = -P x$

$X = 0$; $M_{x=0} = M_C = 0$

$X = \frac{L}{3}$; $M_{x=\frac{L}{3}} = M_A = -\frac{PL}{3}$

Bagian AB ; $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{4L}{3}$

sketsa



Gaya geser

$Q_x = - P + V_A$ .... konstan dari CA

$Q_x = -P + \frac{5P}{3} = \frac{2P}{3}$ .... konstan sepanjang AC

Bidang momen

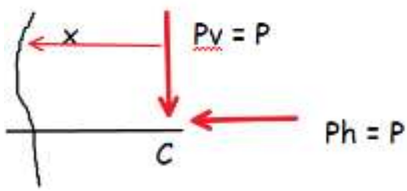
$M_x = -P x + \frac{5P}{3} (x - \frac{L}{3})$ .... linear dari AB

$M_x = -\frac{P}{2} x$

$X = 0$; $M_{x=0} = M_A = 0$

$X = L$; $M_{x=\frac{L}{2}} = M_B = -\frac{PL}{2}$

Bagian CB; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



Gaya Normal

Nx = P (tekan)

Gaya Geser

Qx = P

Momen lentur

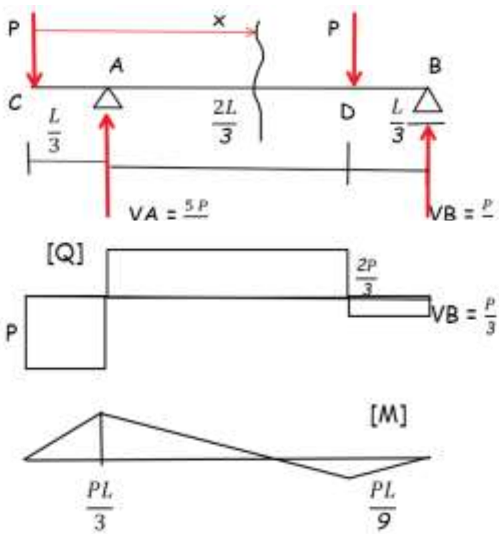
$$Mx = - PX$$

Momen CB mengambil arah tinjauan dari sebelah kanan sehingga momen yang searah jarum jam diberi notasi negatif (-).

$X = 0$; $\quad$ $Mc = 0$

$X = \frac{L}{2}$; $\quad$ $MB = - \frac{PL}{2}$

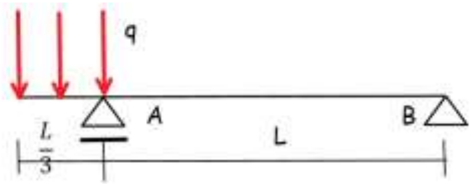
Gambar gaya-gaya dalam



Gambar 4.7. Gambar gaya-gaya dalam balok overstek dengan beban dua buah P

4.5. Soal penyelesain 4.4.

Sebuah balok di atas dua perletakan dengan Overstek dibebani dengan beban P pada titik C dan titik D seperti pada gambar di bawah ini . Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.

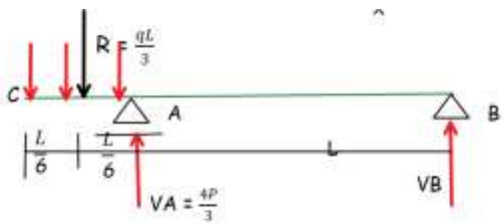


Gambar 4.8. Balok overstek dengan beban q

Penyelesaian

Hitung resultan beban terbagi rata (R).

Asumsi arah reaksi V_A dan V_B seperti pada gambar.



Persamaan keseimbangan

$\sum M_A = 0;$

$$-R\,\frac{L}{6} \;-\; V_B\,L = 0$$

$$-\frac{qL}{3}\,\frac{L}{6} \;-\; V_B\,L = 0$$

$$V_B = -\,\frac{qL}{18}$$

$\sum M_B = 0;$

$$- \frac{qL}{3}\frac{7L}{6} + V_A L = 0$$

$$V_A = \frac{7qL}{18}$$

$\sum V = 0;$

$$V_A + V_B - P = 0$$

$$\frac{7qL}{18}\ \frac{-qL}{18} - \frac{qL}{3} = 0$$

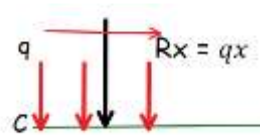
$$qL\left(\frac{7}{18} - \frac{1}{18} - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$0 = 0$$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian CA ; $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$

sketsa



Gaya lintang/geser

$Q_x = - R_X$ .... persamaan linear dari CA

$Q_x = -qx$

$x = 0$; $Q_c = 0$

$x = \frac{L}{3}$; $Q_{CA} = \frac{-qL}{3}$

Momen lentur

$M_x = -qx \text{ x } \frac{x}{2} = \frac{-q\,x^2}{2}$.................. persamaan parabola

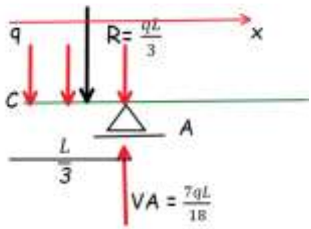
CA

$X = 0$; $M_{x=0} = M_A = 0$

$X = \frac{L}{6}$; $M_{x=\frac{L}{6}} = M_B = \frac{-\,q\,L^2}{72}$

$X = \frac{L}{3}$; $M_{x=\frac{L}{3}} = M_B = \frac{-\,q\,L^2}{18}$

Bagian AB ; $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{4L}{3}$



Gaya lintang/geser

$Q_x = -R + V_A$ .... konstan

AB

$Q_x = -\frac{qL}{3} + \frac{7qL}{18} = \frac{qL}{18}$

Momen lentur

$M_x = R\ (x - \frac{L}{6}) + V_A\ (x - \frac{L}{3})$............ persamaan linear

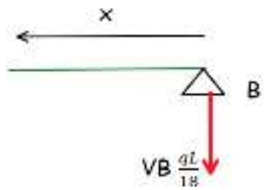
CA

$= \frac{-qL}{3}(x - \frac{L}{6}) + \frac{7qL}{18}\ (x - \frac{L}{3})$

$X = \frac{L}{3}$; $M_{x=\frac{L}{3}} = M_A = \frac{-qL}{3} \times \frac{L}{6} = \frac{-\,q\,L^2}{18}$

$X = \frac{4L}{3}$; $M_{x=\frac{4L}{3}} = M_B = 0$

Bagian BA ; $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$



Gaya lintang/geser

$Q_x = V_B$ .... konstan AB

$Q_x = -\frac{qL}{18}$

Momen lentur

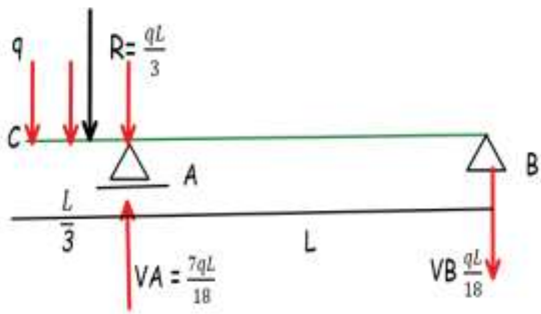
$M_x = \frac{-qL}{18}x$ .... persamaan linear CA

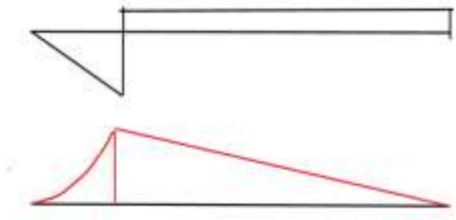
$= \frac{-qL}{18}$ x

X = 0 ; $M_{x=\frac{L}{3}} = M_B = 0$

X = L ; $M_{x=L} = M_A = \frac{-qL^2}{18}$

Diagram benda bebas

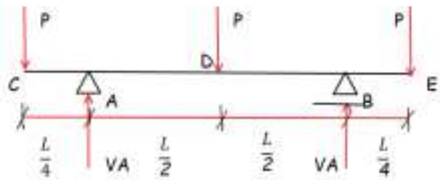




Gambar 4.9. Gaya-gaya dalam balok overstek dengan beban terbagi merata q

4.6. Soal Penyelesaian 4.5.

Sebuah balok di atas dua perletakan dengan Overstek pada kedua tumpuannya dibebani dengan beban P pada titik C dan titik D seperti pada gambar di bawah ini . Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 4.10. Balok overstek dengan 3 buah beban terpusat P.

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan V_B seperti pada gambar.

2. Konstruksi dalam keadaan simetris sehingga reaksi V_A dan V_B dapat langsung diperoleh sepesar $\frac{3P}{2}$. Reaksi perletakan dapat juga dihitung dengan menggunakan persamaan keseimbangan.

3. Perhitungan reaksi tumpuan juga dapat menggunakan persamaan keseimbangan

Persamaan keseimbangan

$\sum M_A = 0;$

$$-P\frac{L}{4} + P\frac{L}{2} + P\frac{5L}{4} - V_B L = 0$$

$$V_B = \frac{3P}{2}$$

$\sum M_B = 0;$

$$-P\frac{5L}{4} + -P\frac{L}{2} + P\frac{L}{4} + V_A L = 0$$

$$V_A = \frac{3P}{2}$$

$\sum V = 0;$

$$V_A + V_B - P - P = 0$$

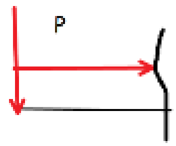
$$\frac{3P}{2} + \frac{3P}{2} - P - P = 0$$

$$P\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 1 - 1 - 1\right) = 0$$

$$0 = 0$$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian CA ; $0 \leq x \leq \frac{L}{4}$



Gaya lintang/geser

$Q_x = - P$ .... konstan dari CA

Momen lentur

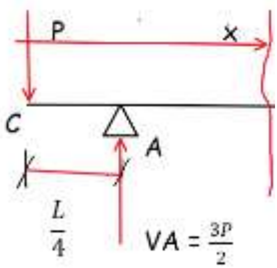
$M_x = - P x$ .... linear dari CA

$X = 0$; $M_{x=0} = M_C = 0$

$X = \frac{L}{4}$; $M_{x=\frac{L}{4}} = M_A = -P\frac{L}{4} = -\frac{PL}{4}$

Bagian AD; $\frac{L}{4} \leq x \leq \frac{5L}{4}$

sketsa



Gaya lintang/geser

Q_x = - P + V_A .... konstan dari CA

$Q_x = - P + \frac{3P}{2} = \frac{P}{2}$

Momen lentur

M_x = - P x + V_A (x - $\frac{L}{4}$) .... linear dari CA

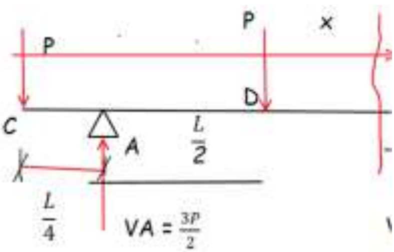
$M_x = - P\,x + \frac{3P}{2}\,(x - \frac{L}{4})$

$X = \frac{L}{4}$; $M_{x=0} = M_C = \frac{-PL}{4}$

$X = \frac{L}{2}$; $M_{x=\frac{L}{2}} = M_A = - P\,\frac{L}{2} + \frac{3P}{2}\,\frac{L}{4} = \frac{PL}{4}$

Bagian DB; $\frac{3L}{4} \leq x \leq \frac{5L}{4}$

sketsa



Gaya geser

Q_x = - P + V_A – P .... konstan dari CA

$Q_x = -P + \frac{3P}{2} - P = \frac{P}{2}$ .... konstan sepanjang AC

Bidang momen

$$Mx = - P x + V_A (x - \frac{L}{4}) – P (x- \frac{3L}{4})$$

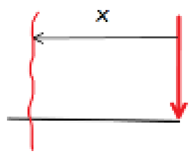
$$M_x = -Px + \frac{3P}{2} (x - \frac{L}{4}) - P (x- \frac{3L}{4}) \text{ .... linear dari AB}$$

$$X = \frac{3L}{4} \ ; \ = M_D = -Px + \frac{3P}{2} (\frac{3L}{4} - \frac{L}{4}) = 0$$

$$X = \frac{5L}{4} \ ; = M_B = -Px + \frac{3P}{2} (x - \frac{L}{4}) - P (x- \frac{3L}{4})$$

$$= -\frac{PL}{4}$$

Bagian EB; $0 \leq x \leq \frac{L}{4}$



Gaya Geser; Qx = P

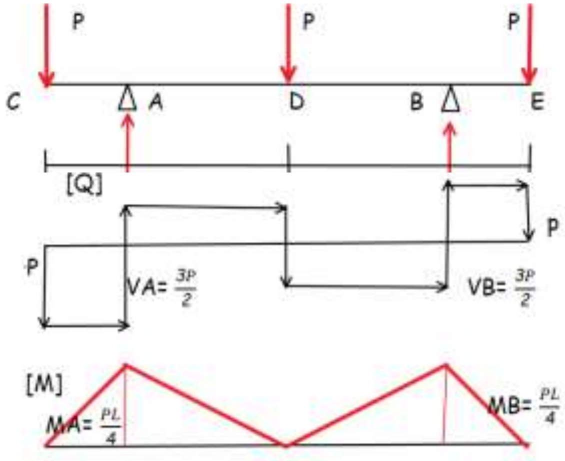
Momen lentur; Mx = - PX

Momen CB mengambil arah tinjauan dari sebelah kanan sehingga momen yang searah jarum jam diberi notasi negatif (-).

$X = 0$; $M_E = 0$

$X = \frac{L}{4}$; $M_B = - \frac{PL}{4}$

Gambar gaya-gaya dalam



Gambar 4.11. Gaya-gaya dalam balok overstek dengan 3 buah beban terpusat P

BAB V.

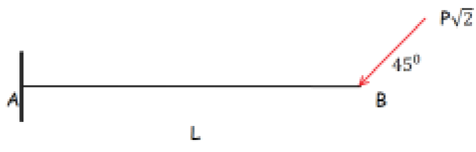
BALOK JEPIT BEBAS

5.1. Pendahuluan

Konstruksi balok jepit bebas adalah sebuah konstruksi yang salah satu ujungnya terletak di perletakan jepit sedangkan ujung yang lainnya bebas. Perletakan jepit dapat menahan momen, gaya vertikal dan gaya horisontal. Ketiga reaksi yang muncul pada perletakan jepit dapat diselesaikan dengan menggunakan persamaan keseimbangan sehingga konstruski jepit bebas termasuk konstruski statis tertentu.

5.2.Soal penyelesaian 5.1.

Sebuah balok jepit bebas di bebani dengan beban P dengan sudut 45 derajat di ujung bentang. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



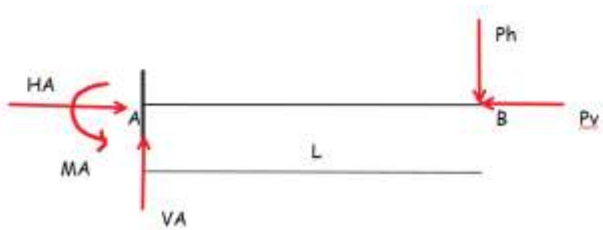
Gambar 5.1. Balok jepit bebas dengan beban terpusat P di ujung bentang

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan M_A seperti pada gambar.
2. Beban P diproyeksikan sejajar batang AB namakan P_h dan tegak lurus batang AB namakan P_v

   $P_h = P\sqrt{2}\sin 45 = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ x\ P\sqrt{2} = P$

   $P_V = P\sqrt{2}\sin 45 = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ x\ P\sqrt{2} = P$



$\sum H = 0;$ $H_A - P_h = 0$

$H_A - P = 0$

$H_A = P\ (\rightarrow)$

$\sum V = 0;$ $V_A - P_v = 0$

$V_A - P = 0$

$V_A = P\ (\uparrow)$

$\sum M_A = 0$ $-M_A + P_h\ L = 0$

$-M_A + P\ L = 0$

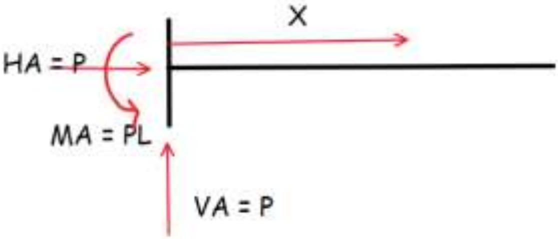
$M_A = PL$

Catatan : Momen M_A sesuai dengan gambar arahnya berlawanan dengan arah jarum jam

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq L$

Sketsa



Perhitungan gaya-gaya dalam

- Gaya Normal

  $N_{AB} = H_A = P$ (tekan) .... konstan sepanjang AB
- Gaya Geser

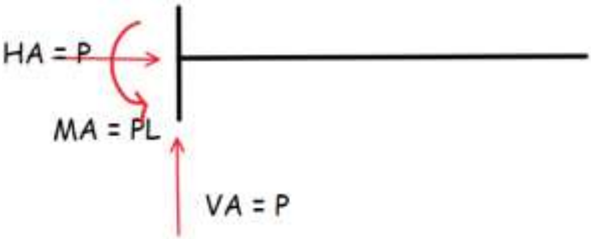
  $Q_{AB} = P$ .... konstan sepanjang AB
- Momen Lentur

  $Mx = -M_A + PL \times X$ .... persamaan linear AB

  $X = 0; \quad M_{x=0} = M_A = -PL$

  $X = L; \quad M_{x=L} = M_B = -PL + PL = 0$

Gambar Gaya-gaya dalam



Bidang Normal (N)

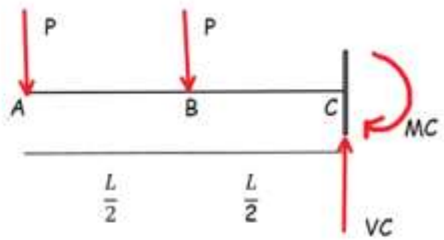
Bidang Geser (Q)

Bidang Momen Lentur (M)

Gambar 5.2. Gaya-gaya dalam blok jepit bebas dengan beban terpusat P di ujung bentang

5.3. Soal Penyelesaian 5.2.

Sebuah balok kantilever dibebani dengan beban P pada ujung bentang. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 5.3 Balok jepit bebas dengan 2 buah beban terpusat

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_C dan M_C seperti pada gambar.

Persamaan keseimbangan

$\sum V = 0;$ $V_C - P - P = 0$

$V_C = 2P$

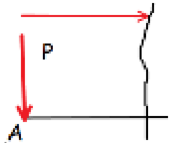
$\sum M_c = 0$ $M_C - PL - \frac{PL}{2} = 0$

$M_C = \frac{3PL}{2}$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$

sketsa



Q_x = -P .... konstan dari AB

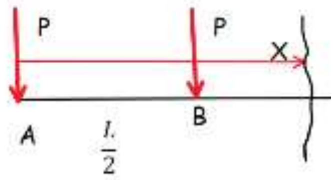
M_x = -Px .... linear dari AB

X = 0 ; $M_{x=0}$ = M_A = 0

X = $\frac{L}{2}$; $M_{x=\frac{L}{2}}$ = M_B = - $\frac{PL}{2}$

Bagian BC ; $\frac{L}{2} \leq x \leq L$

sketsa



Bidang Gaya Geser

Qx = -2P .... konstan sepanjnag BC

Bidang momen lentur

M_X = - Px – P(x- $\frac{L}{2}$)

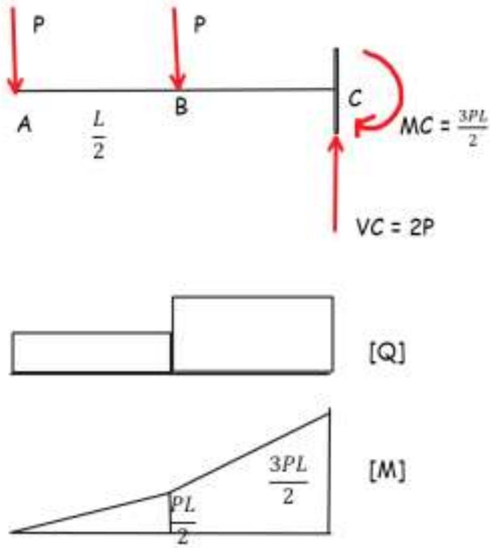
X = $\frac{L}{2}$; M_B = - Px – P(x- $\frac{L}{2}$)

M_B = - $\frac{PL}{2}$

X = L ; M_C = - PL – P(L- $\frac{L}{2}$)

M_C = - $\frac{3PL}{2}$

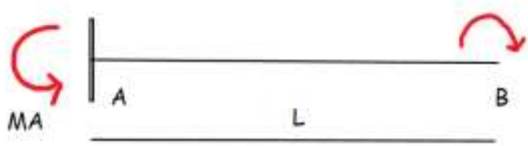
Gambar gaya-gaya dalam



Gambar 5.4 Gaya-gaya dalam balok jepit bebas dengan 2 buah beban terpusat

Soal penyelesain 5.3.

Sebuah balok kantilever dibebani dengan beban M pada ujung bentang. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 5.5 Balok jepit bebas dengan beban M di ujung bentang

Penyelesaian

Asumsi arah reaksi M_A seperti pada gambar.

Persamaan keseimbangan

$\sum H = 0;$

$\sum V = 0;$

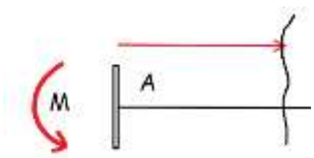
$\sum MA = 0;$ $\qquad -M_A + M = 0$

$M_A = M$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq L$

sketsa



Bidang gaya normal

$N_{AB} = 0$

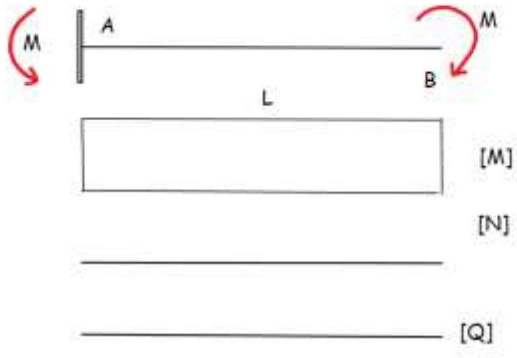
Bidang gaya geser

$Q_{AB} = 0$

Bidang momen lentur

$M_{AB} = -M$

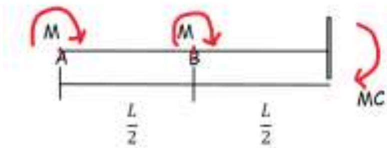
Menggambar gaya-gaya dalam



Gambar 5.6 Gaya-gaya dalam balok jepit bebas dengan beban M di ujung bentang

5.5.Soal Penyelesaian 5.4.

Sebuah balok kantilever dibebani dengan beban M pada ujung bentang. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 5.7 Balok jepit bebas dengan beban M dua buah

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi M_C seperti pada gambar.

Persamaan keseimbangan

$\sum H = 0;$

$\sum V = 0;$

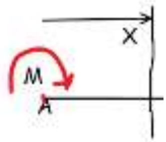
$\sum Mc = 0;$ $\quad\quad -M_c + M + M = 0$

$$M_C = 2M$$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$

sketsa

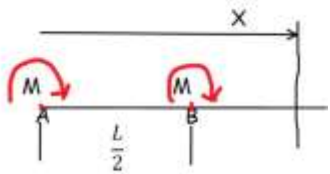


$M_x = M$ .... konstan dari AB

$M_{AB} = M$

Menghitung dan menggambar gaya gaya dalam

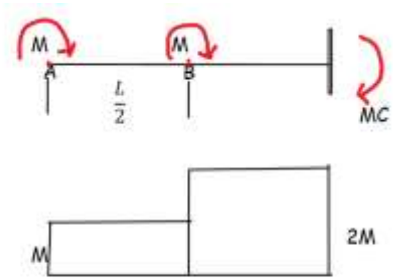
Bagian BC ; $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



$M_x = M + M$ .... konstan dari AB

$M_{BC} = 2M$

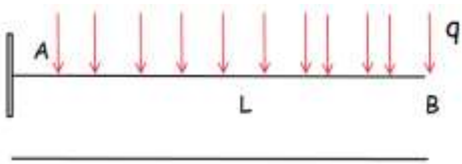
Menggambar gaya-gaya dalam



Gambar 5.8 Gambar gaya-gaya dalam balok jepit bebas dengan beban M dua buah

5.6 Soal Penyelesaian 5.5

Sebuah balok kantilever dibebani dengan beban M pada ujung bentang. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.

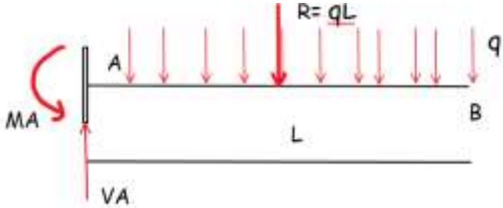


Gambar 5.9 Balok jepit bebas dengan beban q sepanjang bentang

Penyelesaian

1. Asumsi arah reaksi V_A dan M_A seperti pada gambar.

Persamaan keseimbangan



$\sum H = 0;$

$\sum V = 0;$ $V_A - R = 0$

$V_A = R = qL$

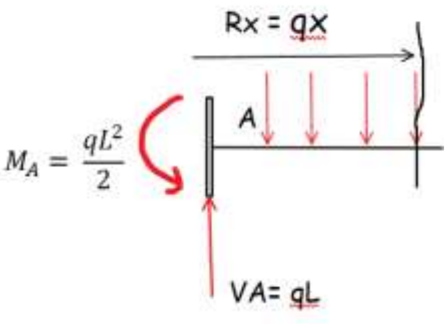
$\sum MA = 0;$ $-M_A + \frac{qL}{2} = 0$

$M_A = \frac{qL}{2}$

Menghitung gaya gaya dalam

Bagian AB ; $0 \leq x \leq L$

sketsa



Bagian AB; $0 \leq x \leq L$

Gaya geser/ lintang

$Q_x = V_A - Rx$

$Q_x = qL - qx$ .... persamaan linear

$X = 0 ; Q_{x=0} = qL$

$X = L ; Q_{x=L} = qL - qL = 0$

Momen lentur

$M_x = - M_A + V_A x - Rx \frac{x}{2}$

$M_x = -\frac{qL^2}{2} + qL x - \frac{qX^2}{2}$ .... persamaan kuadrat

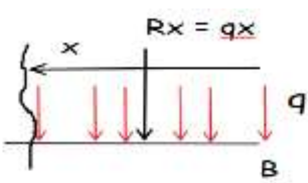
$X = 0 ; M_{x=0} = -\frac{qL^2}{2}$

$X = \frac{L}{2} ; M_{x=\frac{L}{2}} = -\frac{qL^2}{2} + qL \frac{L}{2} - \frac{q(\frac{L}{2})^2}{2} = -\frac{qL^2}{8}$

$X = L ; M_{x=L} = -\frac{qL^2}{2} + qL L - \frac{qL^2}{2} = 0$

Perhitungan gaya-gaya dalam dapat dihitung dari kanan ke kiri

BA ; $0 \leq x \leq L$



Gaya geser/ lintang

Q_x = Rx

Q_x = qx .... persamaan linear

X = 0 ; $Q_{x=0}$ = 0

X = L ; $Q_{x=L}$ = qL

Momen lentur

$M_x = Rx\,\frac{x}{2}$

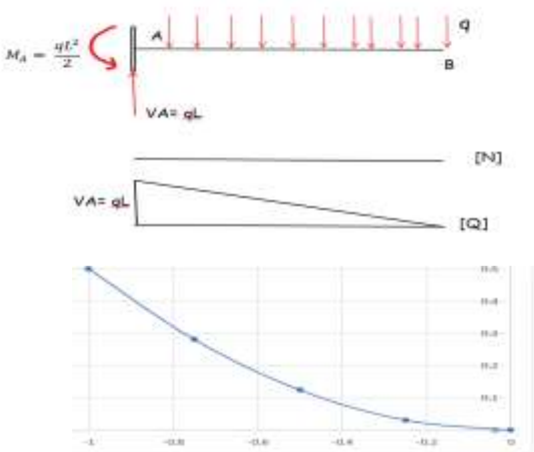
$M_x = -\frac{qX^2}{2}$ .... persamaan kuadrat

X = 0 ; $M_{x=0}$ = 0

$X = \frac{L}{2}$; $M_{x=\frac{L}{2}} = -\frac{q(\frac{L}{2})^2}{2} = -\frac{qL^2}{8}$

X = L ; $M_{x=L} = -\frac{qL^2}{2} = 0$

Diagram Gaya-gaya dalam



Gambar 5.10. Gaya-gaya dalam Balok jepit bebas dengan beban q sepanjang bentang

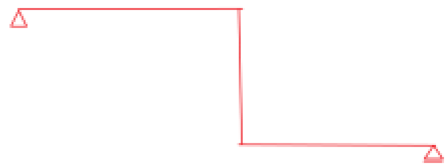
BAB VI.
PORTAL STATIS TERTENTU

6.1. Pendahuluan

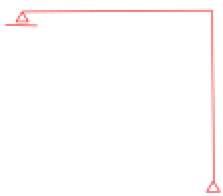
Portal statis tertentu terdiri dari kombinasi balok dan kolom yang diletakkan di atas tumpuan sendi dan rol. Konstruksi ini dapat di analisa dengan menggunakan persamaan keseimbangan.

6.2. Model-model portal statis tertentu

Model-model portal statis tertentu di atas tumpuan rol dan sendi:



Gambar 6.1. Portal statis tertentu berbentuk tangga



Gambar 6.2. Portal statis tertentu terdiri dari balok dan 1 kolom

Gambar 6.3. Portal statis tertentu terdiri dari balok dan 2 kolom

6.3.Menghitung Reaksi Tumpuan

Portal statis tertentu memiliki 3 buah reaksi yang dapat dihitung dengan menggunakan 3 buah persamaan keseimbangan. Langkah-langkah penyelesaian menghitung reaksi tumpuan struktur portal statis tertentu yaitu:

- Jumlah gaya dalam arah horisontal sama dengan nol. Reaksi tumpuan dalam arah horisontal dapat dihitung.
- Jumlah momen pada salah satu tumpuan sama dengan nol. Reaksi pada salah satu tumpuan dapat dihitung.
- Lakukan hal yang sama untuk tumpuan yang lain sehingga semua reaksi tumpuan dapat dihitung.
- Sebagai kontrol gunakan persamaan jumlah gaya dalam arah vertikal sama dengan nol.

6.4. Menggambar Gaya-gaya dalam

Pada portal statis tertentu terdapat 3 buah gaya- gaya dalam yaitu:

- Bidang Gaya Normal

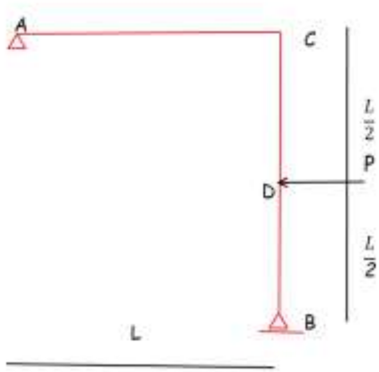
  Bidang Gaya Normal terdiri dari gaya normal tarik diberi tanda + dan gaya normal tekan diberi tanda -.
- Bidang Gaya Geser/ Lintang

  Bidang gaya geser atau gaya lintang tergantung arah gayanya jika menghasilkan momen searah jarum jam maka diberi tanda + dan jika menghasilkan momen berlawanan arah dengan jarum jam diberi tanda -.
- Bidang Momen

  Bidang momen pada portal statis tertentu digambar pada daerah tertarik. (lihat soal dan penyelesaian)

6.5 Soal dan Penyelesaian 6.1.

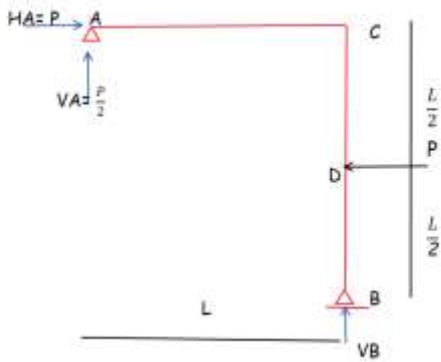
Portal statis tertentu dengan balok dan satu kolom dibebani dengan beban P di tengah bentang kolom seperti gambar di bawah ini. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 6.4. Soal penyelesaian 5.1.

Lankah-langkah penyelesaian:

a. Asumsi arah reaksi seperti gambar di bawah ini



b. Gunakan persamaan keseimbangan untuk menghitung reaksi tumpuan

- Jumlah gaya dalam arah horisontal sama dengan nol.

$\sum H = 0$; $H_A - P = 0$

$H_A = P$ (sesuai dengan arah pemisalan)

- Jumlah momen pada tumpuan sama dengan nol.

  $\sum M_A = 0$; P x $\frac{L}{2}$ - V_B x L = 0

  $V_B = \frac{P}{2}$; arah gaya sesuai dengan asumsi

  $\sum M_B = 0$; H_A x L - P x $\frac{L}{2}$ + V_A x L = 0

  P - $\frac{P}{2}$ + V_A = 0

  $V_A = -\frac{P}{2}$; arah gaya terbalik dengan asumsi

- Reaksi tumpuan arah vertikal dikontrol dengan menggunakan persamaan keseimbangan.

  $\sum V = 0$

  $V_A + V_B = 0$

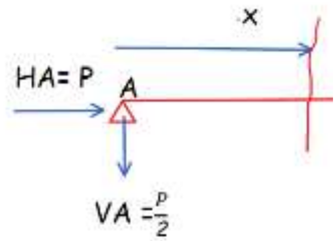
  $-\frac{P}{2} + \frac{P}{2} = 0$

  Perhitungan reaksi tumpuan dalam arah vertikal sudah memenuhi persamaan keseimbangan yaitu jumlah semua gaya dalam arah vertikal sama dengan nol.

c. Hitung gaya-gaya dalam

   Untuk menghitung gaya-gaya dalam struktur di bagi menjadi 2 bagian. Bagian pertama adalah balok dari A sampai dengan C kemudian bagian kedua adalah bagian B sampai dengan C .

- Bagian pertama AC ; $0 \leq x \leq L$



- Bidang gaya Normal

$N_{AC} = H_A = P$ .... konstan sepanjang balok AC.

- Bidang gaya Geser/Lintang

$Q_{AC} = V_A = -\frac{P}{2}$ .... konstan sepanjang balok AC.

- Momen

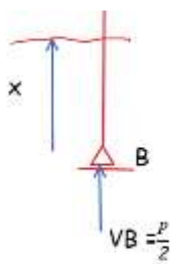
$M_{AC} = -\frac{P}{2} \times X$ .... linear sepanjang balok AC.

$X = 0 ; \quad M_A = -\frac{P}{2} \times 0 = 0$

$X = L ; \quad M_C = -\frac{P}{2} \times L = -\frac{PL}{2}$

- Bagian kedua BD; $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$

.



- Bidang gaya Normal

  $N_{AC} = H_A = -\frac{P}{2}\ (tekan)$ .... konstan sepanjang balok AC.

- Bidang gaya Geser/Lintang

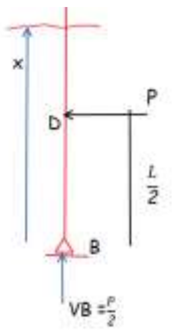
  $Q_{AC} = 0$ .... sepanjang balok AC.

- Momen

  $M_{AC} = 0$ .... sepanjang balok AC.

- Bagian kedua DC; $\frac{L}{2} \leq x \leq L$

.



- Bidang gaya Normal

  $N_{DC} = H_{DC} = -\frac{P}{2}\ (tekan)$ .... konstan sepanjang balok AC.

- Bidang gaya Geser/Lintang

  $Q_{DC} = P$ .... sepanjang balok AC.

- Momen

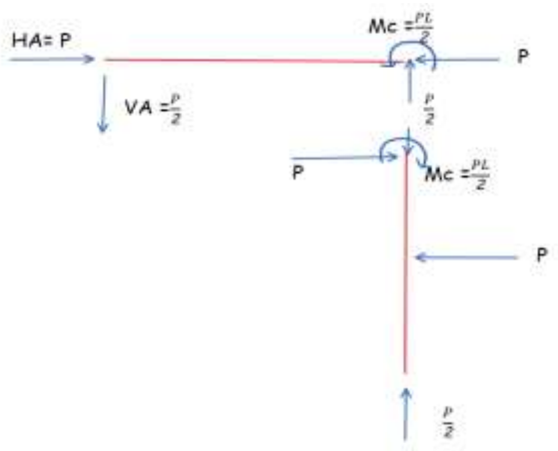
  $M_{DC} = P \times (X - \frac{L}{2})$ .... linear sepanjang balok

DC.

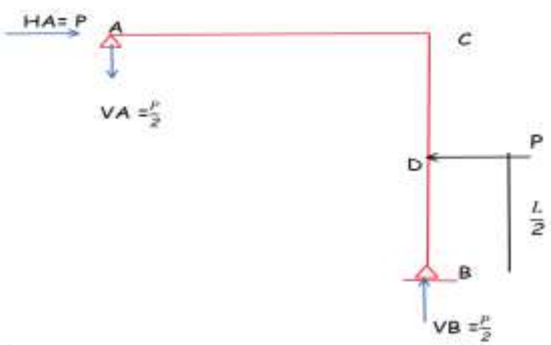
$X = \frac{L}{2}$; $M_D =$ P x 0 = 0

$X = L$; $M_C = \frac{PL}{2}$

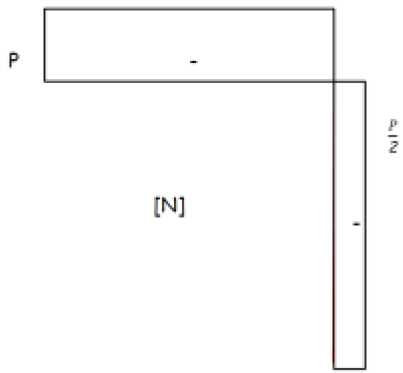
d. Diagram benda bebas



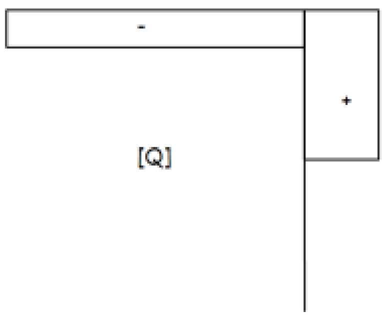
e. Gambar gaya-gaya dalam



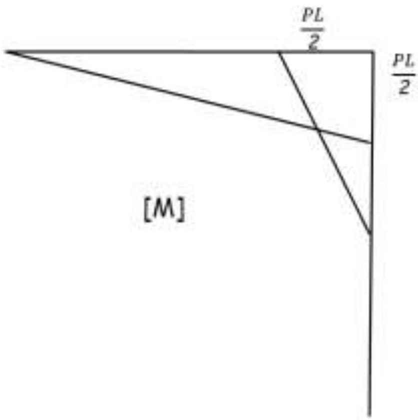
- Bidang Gaya Normal



- Bidang Baya Geser



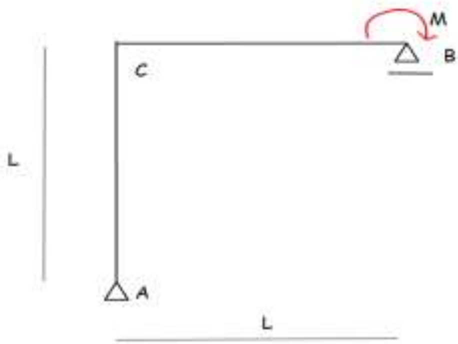
- Bidang Momen Lentur



Gambar 6.5. Gaya-gaya dalam soal penyelesaian 5.1.

6.6. Soal dan Penyelesaian 6.2.

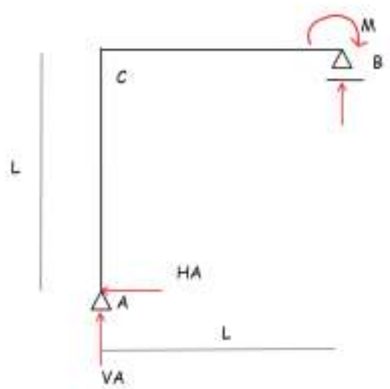
Portal statis tertentu dengan balok dan satu kolom dibebani dengan beban M di titik B seperti gambar di bawah ini. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 6.6. Soal penyelesaian 5.2.

Lankah-langkah penyelesaian:

a. Asumsi arah reaksi seperti gambar di bawah ini



b. Gunakan persamaan keseimbangan untuk menghitung reaksi tumpuan

- Jumlah gaya dalam arah horisontal sama dengan nol, $\sum H = 0$

  $H_A = 0$

- Jumlah momen pada titik A sama dengan nol, $\sum M_A = 0$

  $\sum M_A = 0$; $M - V_B \times L = 0$

  $V_B = \frac{M}{L}$; arah gaya sesuai dengan asumsi

  $\sum M_B = 0$; $M + V_A \times L = 0$

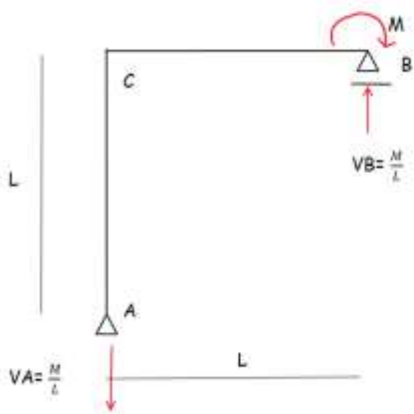
  $V_A = -\frac{M}{L}$; arah gaya terbalik dengan asumsi

- Reaksi tumpuan arah vertikal dikontrol dengan menggunakan persamaan keseimbangan $\sum V = 0$

$$V_A + V_B = 0$$

$$-\frac{M}{L} + \frac{M}{L} = 0$$

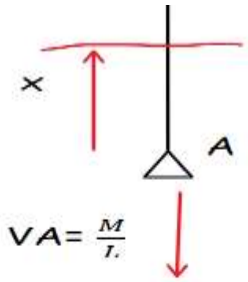
Perhitungan reaksi tumpuan dalam arah vertikal sudah memenuhi persamaan keseimbangan yaitu jumlah semua gaya dalam arah vertikal sama dengan nol.



c. Hitung gaya-gaya dalam

Untuk menghitung gaya-gaya dalam struktur di bagi menjadi 2 bagian. Bagian pertama adalah balok dari A samapai dengan C kemujdian bagian kedua adalah bagian B samai dengan C .

- Bagian pertama AC ; 0 $\leq$ x $\leq$ L



- Bidang gaya Normal

  $N_{AC} = V_A = \frac{M}{L}$ .... konstan sepanjang balok AC.

- Bidang gaya Geser/Lintang

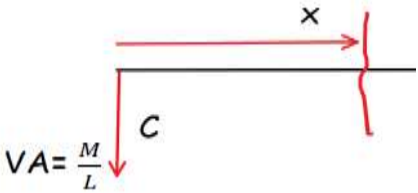
  $Q_{AC} = 0$

- Momen

  $M_{AC} = 0$

Bagian kedua CB ; $0 \leq x \leq L$

.



- Bidang gaya Normal

  $N_{CB} = 0$ .... konstan sepanjang balok AC.

- Bidang gaya Geser/Lintang

$Q_{CB} = -\frac{M}{L}$ .... sepanjang balok AC.

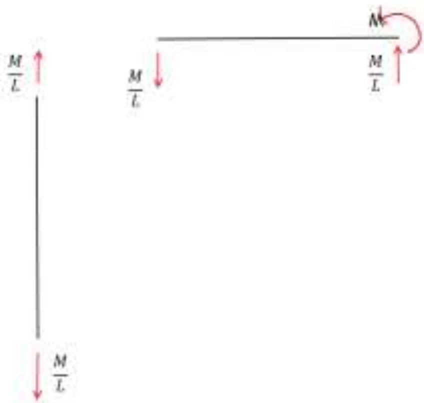
- Momen

$M_{AC} = -\frac{M}{L}\ x\ X$ .... linear sepanjang balok AC.

$X = 0\ ;\ M_C = 0$

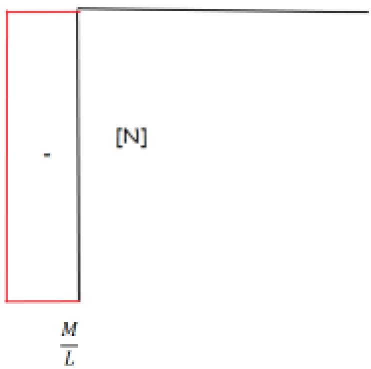
$X = L\ ;\ MB = -\frac{M}{L}\ x\ L = -M$

d. Diagram benda bebas

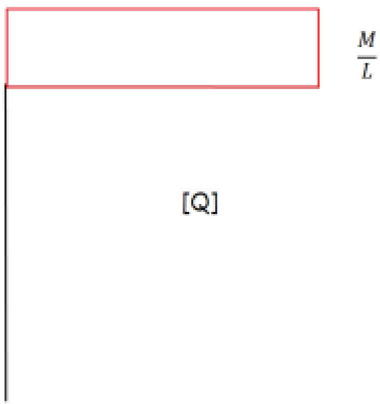


e. Gambar gaya-gaya dalam

Bidang Gaya Normal



- Bidang Baya Geser

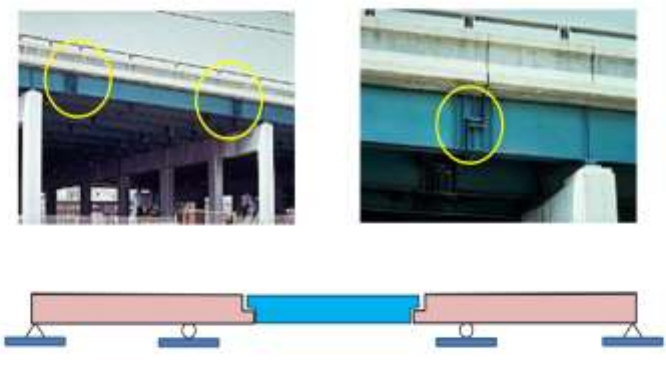


Gambar 6.7. Gaya-gaya dalam soal penyelesaian 5.2.

BAB VII
BALOK GERBER

7.1. Pendahuluan

Balok Gerber adalah sebuah konstruksi balok yang terletak di atas banyak perletakan yang memiliki sambungan sendi. Konstruksi gerber banyak ditemukan pada jembatan yang memiliki balok/gelagar yang sangat panjang. Pada konstruksi jembatan yang panjang dengan beberapa tumpuan diberi sambungan sendi sehingga terbentuklah balok menerus di atas banyak perletakan $\geq$ 3 buah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan persamaan-persamaan keseimbangan.



Gambar 7.1. Konstruksi balok gerber pada jembatan panjang.

7.2. Pengertian Balok Gerber

Balok gerber biasanya memiliki perletakan sendi dan rol dengan jumlah reaksi $\geq$ 3 buah, sehingga penyelesaiannya tidak cukup hanya menggunakan persamaan keseimbangan. Agar dapat diselesaikan maka perlu ada penambahan sendi pada batang. Penempatan sendi pada konstruksi gerber harus sedemikain rupa agar konstruksi utama dan konstruksi anak tetap dalam kondisi stabil.

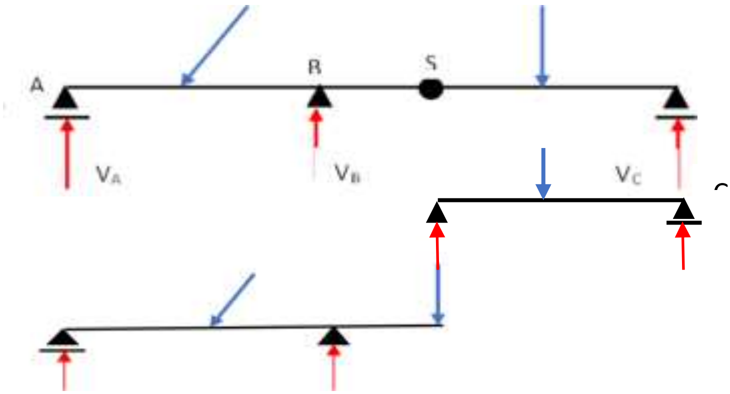
7.2.1. Balok Gerber dengan 3 Tumpuan

Balok gerber dengan 3 tumpuan diperlihatkan pada pada gambar 6.2. Balok anak adalah Balok SC dan balok induk adalah ABS. Langka-langkah penyelesain sebagai berikut:

- Balok ABC dengan satu buah sendi s, bagian SC adalah balok anak dan ABS adalah balok induk.

- Balok anak S_C diselesaikan dahulu untuk mendapatkan reaksi R_S dan R_C, kemudian reaksi R_S menjadi beban terpusat pada balok induk ABS dengan arah yang terbalik.

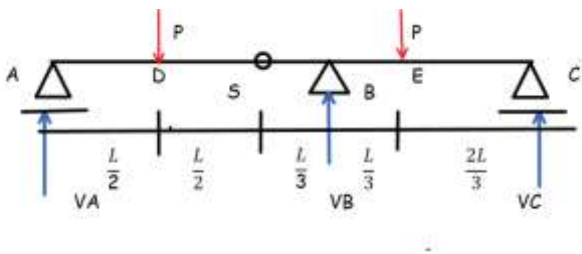
- Selanjutnya balok utama ABS selain memikul beban terpusat juga memikul beban R_S yang arahnya sudah dibalik.



Gambar 7.2. Balok Gerber dengan 3 Tumpuan

Soal penyelesaian 7.1.

Balok gerber ABC dengan satu buah sendi dibebani dengan beban P seperti pada gambar 6.3. Hitung reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam.



Gambar 7.3. Soal balok gerber dengan 3 tumpuan

Penyelesaian:

Konstruksi dengan 3 tumpuan seperti diperlihatkan pada gambar 5.2. Diketahui jumlah tumpuan adalah 3 maka diperlukan satu buah sendi yang ditempatkan pada titik S. Penyelesaian konstruksi dilakukan dalam 2 tahap yaitu penyelesaian konstruksi balok anak bagian AS dan penyelesaian konstruksi balok induk bagian SBC.

Tahap Pertama, penyelesain balok anak A-S

Balok anak AS dengan konstruksi balok sederhana yang dibebani dengan beban P di tengah bentang. Penjelasan soal ini dapat dilihat pada soal penyelesaian 3.1. Untuk perhitungan reaksi tumpuan dan gaya-gaya dalam konstruksi balok sederhana akibat beban terpusat di tengah bentang dan momen lentur di titik A, tititk S dan di tengah bentang berturut-turut diperoleh:

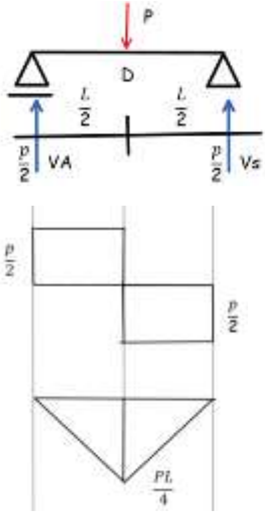
$V_A = \frac{P}{2}$; $V_S = \frac{P}{2}$

$M_A = 0$;

$M_D = \frac{PL}{4}$;

$M_S = 0$

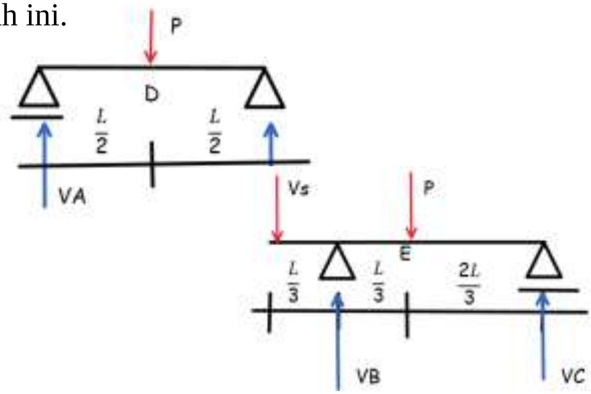
Gaya-gaya dalam di tampilkan di bawah ini.



Gambar 7.4. Gambar gaya-gaya dalam balok anak.

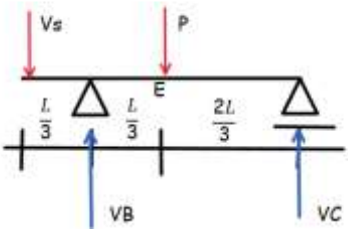
Tahap Kedua, penyelesaian balok induk SBC

Sistem pelimpahan reaksi RS ke balok SBC seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 7.5 Pelimpahan reaksi balok anak Vs
menjadi beban pada balok induk

Perhitungan reaksi tumpuan dan gaya-gaya dalam balok statis tertentu dengan overhang dijelaskan pada bab sebelumnya.



Gambar 7.6. Balok induk yang sudah dibeban dengan beban P dan Vs.

Menghitung Reaksi Tumpuan

$\sum M_C = 0$; $-V_S \cdot \frac{4L}{3} + V_B \text{ L} - \text{P} \cdot \frac{2L}{3} = 0$

$$-\frac{P}{2} \cdot \frac{4L}{3} + V_B \cdot L - \text{P} \cdot \frac{2L}{3} = 0$$

$$V_B = \frac{8\text{P}}{6}$$

$\sum M_B = 0$

$$-V_S \cdot \frac{L}{3} - \text{V}_\text{C} \text{ L} + \text{P} \cdot \frac{L}{3} = 0$$

$$-\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{3} - \text{V}_\text{C} \text{ L} + \frac{PL}{3} = 0$$

$$V_C = \frac{\text{P}}{6}$$

$\sum V = V_B + V_C - P - \text{Vs} = 0$

$$= \frac{8P}{6} + \frac{P}{6} - P - \frac{P}{2} = 0$$

$= \frac{9P}{6} - \frac{3P}{2} = 0$

Momen :

$M_S = M_C = 0$

$M_B = -V_S \cdot \frac{L}{3} = -\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{3} = -\frac{PL}{6}$

M_E = -Vc . $\frac{2L}{3} = \frac{P}{6} \cdot \frac{2L}{3} = \frac{PL}{9}$

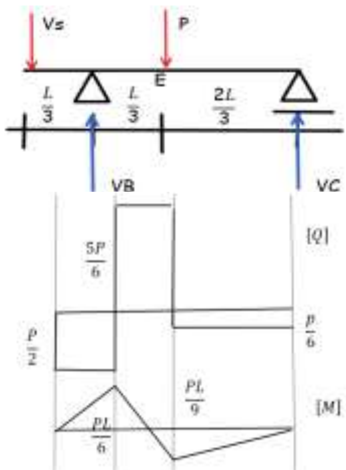
Gaya Lintang/ Geser :

Q_{SB} = Vs = $\frac{-P}{2}$

$Q_{BE} = Vs + V_B = \frac{-P}{2} + \frac{4P}{3} = \frac{5P}{6}$

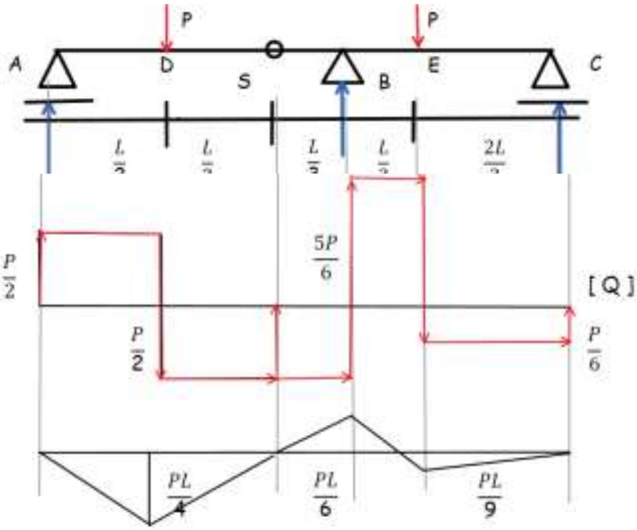
$Q_{EB} = Vc = \frac{P}{6}$

Gambar Bidang gaya-gaya dalam



Gambar 7.7. Reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam balok induk

Pada tahap akhir dapat digabungkan diagram gaya-gaya dalam balok anak maupun balok induk seperti gambar di bawah ini



Gambar 7.8. Reaksi tumpuan dan gambar gaya-gaya dalam soal penyelesaian 7.1.

7.2.2. **Balok Gerber dengan 4 Tumpuan**

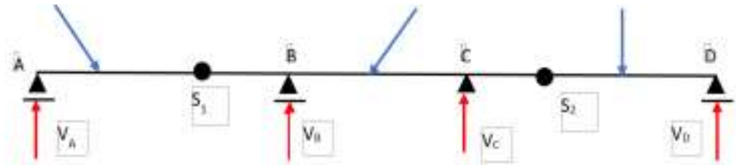
Penyelesaian terhadap konstruksi gerber dengan 4 tumpuan seperti diperlihatkan pada gambar di bawah. Diketahui bahwa jumlah tumpuan adalah 4, maka perlu ditetapkan jumlah sendi tambahan yang diselesaikan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

Jumlah Sendi Tambahan:

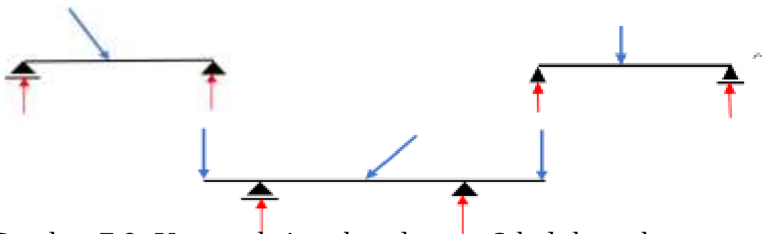
$$S = (n - 2)$$

$$S = (4 - 2)$$

$$S = 2$$



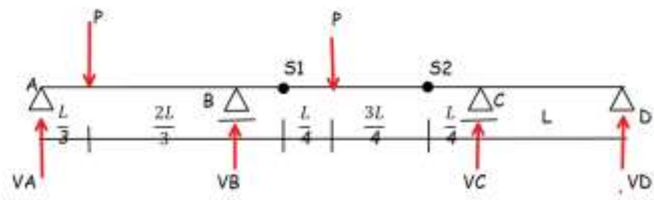
Model konstruski gerber di atas memiliki 2 balok anak yang harus diselesaikan lebih dahulu untuk mendapatkan reaksi S1 dan S2. Setelah reaksi S1 dan S2 diperoleh dilanjutkan dengan pelimpahan ke balok induk seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 7.9. Konstruksi gerber dengan 2 balok anak

Soal Penyelesaian 7.2.

Sebuah konstruksi gerber memiliki empat buah tumpuan dan 2 buah sendi. Sistem pembebanan seperti pada gambar. Hitung dan gambar gaya-gaya dalam.

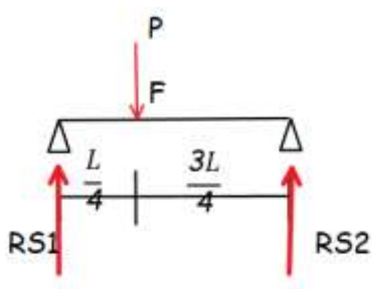


Gambar 7.10. Soal penyelesaian 7.2.

Penyelesaian konstruksi seperti yang diperlihatkan pada gambar dilakukan dengan 3 tahap yaitu penyelesaian konstruksi S_1-S_2, selanjutnya penyelesaian konstruksi A-B-S_1 dan tahap akhir adalah penyelesaian konstruksi S_2-C-D.

Tahap pertama: diselesaikan dulu perhitungan konstruksi S_1-S_2 dan akan didapat reaksi tumpuan R_{S1} dan R_{S2}. Reaksi tumpuan tersebut nantinya akan menjadi beban pada konstruksi A-B-S_1 dan S_2-C-D dengan perubahan arah gaya.

Konstruksi S1-S2:



$\sum M_{S2} = 0$

$$R_{S1} \, . \; L - P \, . \frac{3L}{4} = 0$$

$$R_{S1} . L - P . \frac{3L}{4} = 0$$

$$R_{S1} = \frac{3P}{4}$$

$$\sum M_{S1} = 0$$

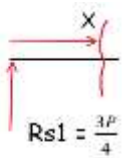
$$-R_{S2} . \ L + P . \frac{L}{4} = 0$$

$$-R_{S2} . \ L + P . \frac{L}{4} = 0$$

$$R_{S2} = \frac{P}{4}$$

Menghitung gaya gaya dalam

- $S_1 \longrightarrow F \ ; 0 \leq x \leq \frac{L}{4}$



$Q_x = Q_{S1} = R_{S1} = \frac{3P}{4}$ konstan sepanjang S_1 sampa S_2

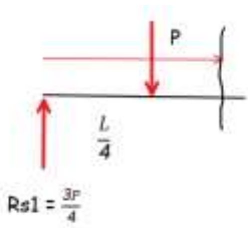
$$M_X = R_{S1} . \ x = \frac{3P}{4} . \ x$$

$$x = 0 \ ; \quad M_X = \frac{3P}{4} . \ 0 = 0$$

$$x = \frac{L}{4} \qquad M_X = \frac{3PL}{16}$$

$$M_{S1} = M_{S2} = 0$$

- F $\longrightarrow$ S_2 ; $\frac{L}{4} \leq x \leq L$



Gaya Lintang:

$Q_X = R_{S1} - P$

$Q_F = \dfrac{3P}{4} - P = -\dfrac{P}{4}$

Bidang momen

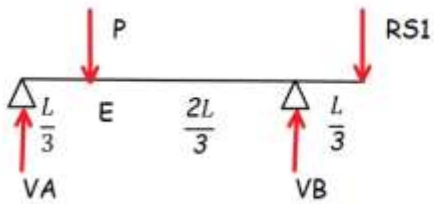
$M_X = R_{S1}x - P\left(x - \dfrac{L}{4}\right)$

X = $\frac{L}{4}$; $M_X = \frac{3P}{4}\frac{L}{4} - P\left(\frac{L}{4} - \frac{L}{4}\right) = \frac{3PL^2}{16}$

X = L ; $M_X = \frac{3P}{4}L - P\left(L - \frac{L}{4}\right) = 0$

Tahap kedua: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan reaksi tumpuan, momen, dan gaya lintang pada konstruksi A-B-S_1 dengan beban R_{S1} dan P.

Konstruksi A-B-S_1



$$\sum M_B = 0$$

$$R_A \,.\, L - P \,.\, \frac{2L}{3} + R_{S1} \,.\frac{L}{3} = 0$$

$$R_A \,.\, L - P \,.\, \frac{2L}{3} + \frac{3P}{4} \,.\frac{L}{3} = 0$$

$$R_A - \frac{2P}{3} + \frac{3P}{12} = 0$$

$$R_A = \frac{5P}{12}$$

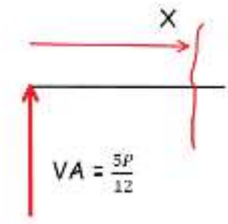
$$\sum M_A = 0$$

$$-R_B \,.\, L + P \,.\, \frac{L}{3} + R_{S1} \,.\, \frac{4L}{3} = 0$$

$$-R_B \,.\, L + P \,.\, \frac{L}{3} + \frac{3P}{4} \,.\frac{4L}{3} = 0$$

$$R_B = \frac{4P}{3}$$

- A $\longrightarrow$ E ; $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$



Gaya Geser/ Lintang

$Q_x = Q_A = R_A = \frac{5P}{12}$ .... konstan sepanjang AE

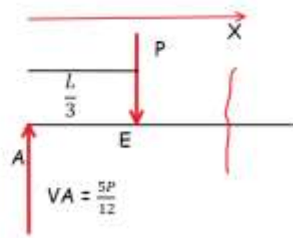
Momen lentur

$$M_X = R_A \cdot x = \frac{5P}{12} \cdot x$$

$x = 0; \quad M_A = M_{S1} = 0$

$x = \frac{L}{3}; \quad M_E = R_A \cdot \frac{L}{3} = \frac{5P}{12} \cdot \frac{L}{3} = \frac{5PL}{36}$

- E ⟶ B ; $\frac{L}{3} \leq x \leq L$



Gaya geser/ Lintang

$$Q_X = R_A - P = \frac{5P}{12} - P$$

$$Q_E = \frac{5P}{12} - P = -\frac{7P}{12}$$

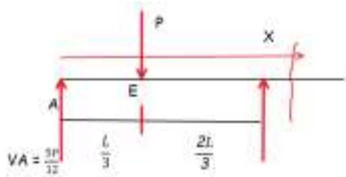
Momen lentur

$$M_X = R_A \,.L - P\,.\,\frac{2L}{3} = \frac{5P}{12}\,.\,L - P\,.\,\frac{2L}{3}$$

$$x = L; \quad M_B = R_A \,.L - P\,.\,\frac{2L}{3} = \frac{5P}{12}\,.\,L - P\,.\,\frac{2L}{3}$$

$$= -\frac{PL}{4}$$

- B $\longrightarrow$ S_1 ; $L \leq x \leq \frac{4L}{3}$



Gaya geser / Lintang

$$Q_X = R_A - P + R_B$$

$$Q_B = \frac{5P}{12} - P + \frac{4P}{3} = \frac{3P}{4}$$

Momen lentur

$$M_X = R_A x - P\,(x - \frac{L}{3}) + R_B\,(x - L)$$

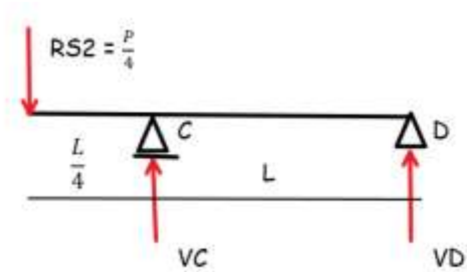
$$M_X = \frac{5P}{12}x - P\,(x - \frac{L}{3}) + \frac{4P}{3}(x - L)$$

X = L ; $M_B = \frac{5P}{12}L - P\left(\frac{2L}{3}\right) = -\frac{PL}{4}$

X = $\frac{4L}{3}$; $M_{S1} = \frac{5P}{12}\frac{4L}{3} - P\,(L) + \frac{4P}{3}\,\frac{L}{3} = 0$

Tahap ketiga: dilanjutkan dengan penyelesaian perhitungan konstruksi S_2-C-D dengan beban R_{S2}.

Konstruksi S_2-C-D



Menghitung reaksi tumpuan

$\sum M_D = 0$

$$R_C \,.\, L - R_{S2} \,.\, \frac{5L}{4} = 0$$

$$R_C \,.\, L - \frac{P}{4} \,.\, \frac{5L}{4} = 0$$

$$R_C = \frac{5P}{16}$$

$\sum M_C = 0$

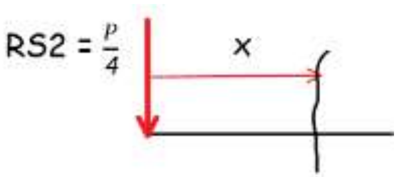
$$-R_D \,.\, L - R_{S2} \,.\, \frac{L}{4} = 0$$

$$-R_D \,.\, L - \frac{P}{4} \,.\, \frac{L}{4} = 0$$

$$-R_D - \frac{P}{16} = 0$$

$$R_D = -\frac{P}{16}$$

- S2 $\longrightarrow$ C ; $0 \leq x \leq \frac{L}{4}$



Gaya geser

$$Q_X = Q_{S2} = -R_{S2} = -\frac{P}{4}$$

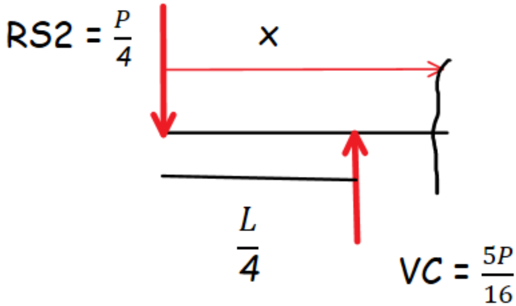
Momen lentur

$$M_x = -R_{S2} \,.\, x = -\frac{P}{4} \,.\, x$$

$x = 0;\quad M_{S2} = M_D = 0$

$x = \frac{L}{4};\quad M_C = -R_{S2} \,.\, \frac{L}{4} = -\frac{P}{4} \,.\, \frac{L}{4} = -\frac{PL}{16}$

Bagian CD ; $\frac{L}{4} \leq x \leq \frac{5L}{4}$



Gaya geser/ Lintang

$Q_x = -R_{S2} + R_C$

$Q_C = -\frac{P}{4} + \frac{5P}{16} = \frac{P}{16}$ .... konstan

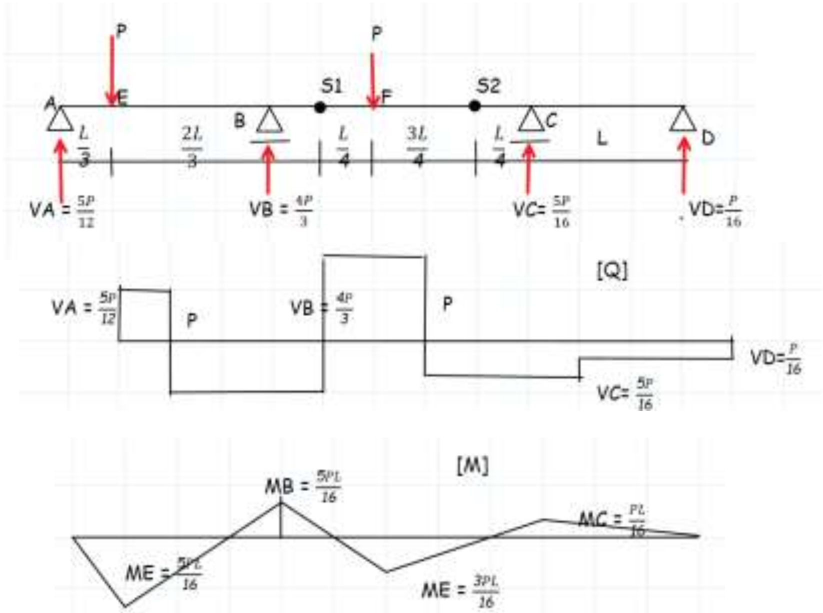
Momen lentur

$$M_x = -R_{S2}x + R_C(x - \frac{L}{4})$$

$$M_x = -\frac{P}{4}x + \frac{5P}{16}(x - \frac{L}{4})$$

X = $\frac{L}{4}$; $M_c = -\frac{PL}{16}$

$$x = \frac{5L}{4} \qquad M_B = -\frac{P}{4}\frac{5L}{4} + \frac{5P}{16}\left(\frac{5L}{4} - \frac{L}{4}\right) = 0$$



Gambar 7.11. Gaya-gaya dalam soal penyelesaian 7.2.

DAFTAR PUSTAKA

Barry J. Goodno and James M. Gere Mechanics of Materials, Ninth Edition, S1, Boston USA. 2018

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr.,John T. DeWolf., Statics and Mechanics of Materials., McGraw-Hill. 2011

Binsar Hariandja " Mekanika Teknik, Statika Dalam Analisis Struktur Berbentuk Rangka, Erlangga, 1996

Heinz Frick. "Mekanika Teknik 1," Kanisius 1983

Popov EP, " Mekanika Teknik I" Edisi ke 2, Erlangga 1994

Soemono, " StatikaI" Edisi 2, ITB, 1978.

Yuan Yu Hsieh "teori Dasar Struktur" Erlangga

------------- Catatan Kuliah Statika.

TENTANG PENULIS

Profesor Manalip dilahirkan di Moutong, Sulawesi Tengah pada tanggal 12 Mei 1952. Gelar Insinyur diperoleh dari Fakultas Teknik Universitas Sam Ratulangi (1979) setelah menyelesaikan program afiliasi pada Institut Teknologi Bandung (1975 – 1978) dalam bidang ilmu Teknik Sipil. Magister Teknik Sipil diperoleh berturut-turut pada Pascasarjana Institut Teknologi Bandung (1988) dan Institut National des Sciences Appliquees de Toulouse France (1990). Gelar Doktor (S3) Teknik Struktur diraih pada Institut National des Sciences Appliquees de Toulouse France (1994). Sebagai dosen aktif pada Fakultas Teknik Universitas Sam Ratulangi dengan tugas utama melaksanakan tridharma perguruan tinggi, juga telah menerbitkan beberapa buku dan karya–karya ilmiah yang dipublikasikan baik nasional maupun international.

Profesor Kumaat ini dilahirkan di Manado, Sulawesi Utara pada tanggal 09 Juli 1960. Gelar Insinyur dalam bidang Teknik Sipil diperoleh pada Fakultas Teknik Universitas Sam Ratulangi (1984). Jenjang Magister Teknik Sipil diperoleh dari Pascasarjana Institut Teknologi Bandung (1988) dan Institut National des Sciences Appliquees de Toulouse, France (1990). Gelar Doktor (S3) dalam bidang Teknik Struktur diraih di Perancis pada Institut National des Sciences Appliquees de Toulouse, France (1994). Sebagai dosen aktif pada Fakultas Teknik Universitas Sam Ratulangi dengan tugas utama melaksanakan tridharma perguruan tinggi, juga saat ini dipercayakan mengemban tugas tambahan sebagai Rektor Universitas Sam Ratulangi (2014 – 2022). Beberapa buku sudah diterbitkan dan karya–karya ilmiah yang dipublikasikan baik nasional maupun internasional.

Reky Stenly Windah, lahir di Tomohon pada tanggal 07 September 1969. Menyelesaikan studi S1 di Fakultas Teknik Universitas Sam Ratulangi Manado Jurusan Teknik Sipil pada tahun 1996. Memperoleh gelar Magister Teknik (MT) pada program studi teknik sipil Pasca Sarjana Unsrat. Saat ini penulis adalah dosen aktif pada Fakultas Teknik Unsrat Manado Jurusan teknik Sipil dan mengajar beberapa mata kuliah seperti Mekanika Bahan, Statika, Analisa Struktur, Rekayasa Gempa, Beton Bertulang dan Struktur Baja. Selain mengajar penulis juga aktif melakukan penelitian mengenai pengembangan pemanfaatan material lokal sebagai bahan dasar pembentuk material beton bertulang.

ISBN 978-623-5790-38-1